

# TEK-AĞAÇ KARMAŞIK DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ İÇİN ZAMANLA DEĞİŞEN YÜKSELTME ŞEMALARI

## TIME-VARYING LIFTING STRUCTURES FOR SINGLE-TREE COMPLEX WAVELET TRANSFORM

Furkan Keskin, A. Enis Çetin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Bilkent Üniversitesi

keskin@ee.bilkent.edu.tr, cetin@bilkent.edu.tr

### ÖZETÇE

*Bu bildiri zamanla değişen yükseltme şemaları kullanan tek-ağaç karmaşık dalgacık dönüşüm yöntemi sunulmaktadır. Çift-ağaç karmaşık dalgacık dönüşümünde (DT-CWT) verilen bir işareti analiz etmek için iki filtre öbeği paralel olarak yürütülmekte ve bu analiz sonrası veri miktarını artırmaktadır. DT-CWT d-boyutlu işaretler için  $2^d$  artıklık faktörüne neden olmaktadır. Önerilen tek-ağaç karmaşık dalgacık dönüşümü şemasında, yükseltme filtre öbeğindeki filtrelerde DT-CWT'de kullanılan filtreler dönüşümlü olarak uygulanmaktadır. Bu yaklaşım, kritik olarak örneklenmiş bir dönüşüm olduğundan çıkış verisinin miktarının sabit tutulmasını sağlamakta ve DT-CWT'nin zamandan bağımsızlık ve yönsel seçicilik gibi çekici özelliklerini korumaktadır. Önerilen filtre öbeği, karmaşık dalgacık benzeri bir dönüşüm kurabilmektedir. Örnekler sunulmaktadır.*

### ABSTRACT

In this paper, we describe a single-tree complex wavelet transform method using time-varying lifting structures. In the dual-tree complex wavelet transform (DT-CWT), two different filterbanks are executed in parallel to analyze a given input signal, which increases the amount of data after analysis. DT-CWT leads to a redundancy factor of  $2^d$  for  $d$ -dimensional signals. In the proposed single-tree complex wavelet transform (ST-CWT) structure, filters of the lifting filterbank switch back and forth between the two analysis filters of the DT-CWT. This approach does not increase the amount of output data as it is a critically sampled transform and it has the desirable properties of DT-CWT such as shift-invariance and directional selectivity. The proposed filterbank is capable of constructing a complex wavelet-like transform. Examples are presented.

### 1. GİRİŞ

Dalgacık teorisi uzun süredir birçok işaret işleme uygulamasının temelini oluşturmaktadır. Ayrık dalgacık dönüşümü (DWT) dikey veya çift-dikey filtre öbekleri ile

uygulanmaktadır ve işaret analizi için etkin bir şekilde kullanılabilir. Yükseltme şemaları dalgacık dönüşümünün hesaplama açısından etkin bir uygulamasıdır [1].

Çift-ağaç karmaşık dalgacık dönüşümü (DT-CWT), gürültüden arındırma [2] ve desen analizi [3] gibi birçok işaret ve görüntü işleme işinde klasik DWT'ye umut verici bir alternatif olarak son zamanlarda ortaya çıkmıştır. DT-CWT kayma bağımsızlık, yönsel seçicilik ve örtüşmesizlik gibi cazip özelliklere sahiptir. Çift-ağaç CWT'de iki tane azami ölçüde örnek seyreltilmiş ayrık dalgacık dönüşümü paralel olarak yürütülür. Sonuçta iki farklı ağacın dalgacık fonksiyonları yaklaşık bir Hilbert dönüşüm çifti oluşturur [4]. Bir dalgacık tabanını diğer dalgacık tabanının yaklaşık Hilbert dönüşümü olarak elde etmek için gerçel ve sanal ağaçlardaki alçak-geçiren analiz filtreleri yarı-örnek ötelenmiş olmalıdır [5]. Analitiklik, bir-boyutlu DT-CWT'nin yaklaşık olarak kayma-bağımsız olmasını ve DWT-tabanlı işlemede sıklıkla karşılaşılan örtüşme bozulmasından muaf olmasını sağlar.

İki-boyutlu DT-CWT altı değişik yönde yönsel seçicilik özelliğine sahiptir:  $\{\pm 15, \pm 45, \pm 75\}$ . Genellikle kullanılan 2-B Gabor dalgacıklarına [6] kıyasla orta bir artıklık seviyesiyle iyi bir yönsel seçicilik ve kayma bağımsızlık sağlamasına rağmen DT-CWT dönüşüm alanında artan veri miktarından zarar görmektedir.  $d$ -boyutlu bir işaretin DT-CWT ayrışmasından ortaya çıkan artıklık faktörü  $2^d$ 'dir [7]. Dönüşümün hesaplama karmaşıklığını düşürmek için literatürde DT-CWT'nin birkaç versiyonu önerilmiştir. [8]'de rasyonel katsayılı filtreler tasarlanmış ve DT-CWT'nin etkin uygulaması için kafes ve yükseltme şemalarında kullanılmıştır. Ancak, [8]'de çift-ağaç yapısı korunmuştur. [9]'de yazarlar karmaşık değerli filtre öbekleri kullanan tek-ağaç bir karmaşık dalgacık dönüşümü (ST-CWT) önermişlerdir, ama bu karmaşık aritmetiğe neden olmaktadır. Bu bildirinin başlıca katkısı, yaklaşık kayma bağımsızlık ve yönsel seçicilik gibi karmaşık dalgacık benzeri niteliklere sahip yükseltme-tabanlı gerçel bir tek-ağaç dalgacık dönüşümünün tasarlanmasıdır. Çift-ağaç yaklaşımının kullanıldığı [8]'in aksine biz yükseltme tabanlı tek-ağaç bir karmaşık dalgacık dönüşümü tasarlıyoruz. Filtre öbeğimizde tek-ağaç bağlamında yükseltme şemaları için zamanla değişen güncelleme ve öngörü filtreleri bulunmaktadır. Önerilen filtrelerin zamanla değişen yapısı, DT-CWT'nin iki

ağacındaki yarı-örnek gecikmiş filtrelerin değişmeli olarak kullanılmasını sağlıyor. Önerilen dönüşümün kayma bağımsızlık gibi karmaşık dalgacık benzeri özellikleri ilgili örnekler ile gösterilmektedir.

Bu bildiri aşağıdaki gibi düzenlenmiştir. 2. Bölümde DT-CWT üzerine arkaplan bilgisi gözden geçirilmektedir. 3. Bölümde gerçel değerli bir ST-CWT kurmak için tasarım felsefemiz, dönüşümün özelliklerini resimleyen örneklerle birlikte sunulmaktadır. 4. Bölüm bitiş yorumlarını ve gelecekteki araştırma konularını sunmaktadır.

## 2. ÇİFT-AĞAÇ KARMAŞIK DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ

Klasik DWT, kayma bağımlılık ve yönlülükten yoksunluk gibi işaret ve görüntü analizinde etkililiğini engelleyen birkaç kısıtlamaya sahiptir [4]. Girdi çok az kaydırıldığında, ayrık dalgacık katsayıları önemli ölçüde değişebilir. Yüksek boyutlu DWT, her boyutta ayrılabilir filtre öbekleri kullanılarak uygulanır ve bu yüzden, örneğin 2-B DWT için 0 ve 90 dereceler dışındaki yönsel bilgiyi yakalayamaz. DWT'nin bu tarz kısıtlamalarını aşmak için, iki filtre setinin verilen bir işareti ayırtmak için paralel olarak kullanıldığı çift-ağaç karmaşık dalgacık dönüşümü önerilmiştir [10]. Gerçel DWT'nin aksine, sırasıyla gerçel ve sanal ağaç olarak adlandırılan iki ağaçta iki filtre seti kullanılmaktadır. İki farklı DWT çift-ağaç yapısında paralel olarak yürütülmekte ve bu yapıda DT-CWT'nin gerçel kısmını birinci DWT ve sanal kısmını ikinci DWT oluşturmaktadır. Çift-ağacın kullanılmasının ardındaki mantık, en sonda analitik karmaşık bir dalgacık elde etmektir:

$$\psi_c(t) = \psi_h(t) + j\psi_g(t) \quad (1)$$

Burada  $\psi_h(t)$  ve  $\psi_g(t)$  sırasıyla gerçel ve sanal ağaçların dalgacık fonksiyonlarını belirtmektedir. Eğer  $\psi_c(t)$  yaklaşık olarak analitik olursa (frekans ekseninin yalnızca bir tarafında desteklenirse), elde edilen dönüşüm, karmaşık taban fonksiyonları analitik olan Fourier dönüşümünde olduğu gibi örtüşmesizlik, yönlülük ve kayma bağımsızlık gibi özelliklere sahip olabilir [4].  $\psi_c(t)$ 'nin yaklaşık olarak analitik olması için bir dalgacık tabanının diğer dalgacık tabanının yaklaşık Hilbert dönüşümüne eşit olması gerekir:

$$\psi_g(t) \approx \mathcal{H}\{\psi_h(t)\} \quad (2)$$

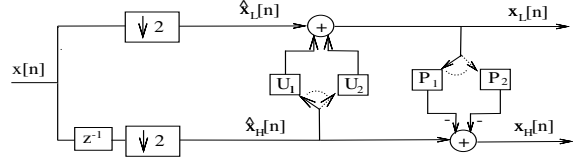
(2)'deki koşulu sağlamak için gerçel ve sanal ağaçlardaki alçak-geçiren analiz filtreleri arasında yaklaşık olarak yarı-örnek uzaklık olmalıdır [5]:

$$g_0[n] \approx h_0[n - 0.5] \quad (3)$$

Literatürde birkaç filtre tasarım yöntemi kullanılarak iki alçak-geçiren filtre birlikte tasarlanmıştır, öyle ki yarı-örnek gecikme, kusursuz yeniden inşa ve sonlu destek koşulları eşzamanlı olarak sağlansın [4]. Biz bu bildiride q-shift filtre tasarımı üzerine yoğunlaşıyoruz ve zamanla değişen yükseltme filtreleri elde etmek için bu filtreleri kullanıyoruz. Gerçel ve sanal ağaçlar için analiz q-shift filtreleri Tablo 1'de gösterilmektedir [11].

Analiz filtreleri	$h_0$	$h_1$	$g_0$	$g_1$
Q-shift filtre katsayıları	0.0248	-0.0808	-0.0808	-0.0248
	0	0	0	0
	-0.0624	0.4155	0.4155	0.0624
	0.1653	-0.5376	0.5376	0.1653
	0.5376	0.1653	0.1653	-0.5376
	0.4155	0.0624	-0.0624	0.4155
	0	0	0	0
	-0.0808	-0.0248	0.0248	-0.0808

Tablo 1: Çift-ağaç CWT için Kingsbury'nin 8 uzunluğundaki q-shift analiz filtrelerinin dürtü tepkisi. Filtreler  $\sum_n h_0[n] = 1$  olacak şekilde normalize edilmiştir.



Şekil 1: Tek-ağaç CWT için zamanla değişen yükseltme şeması

## 3. GERÇEL DEĞERLİ ST-CWT İÇİN ZAMANLA DEĞİŞEN YÜKSELTME ŞEMALARI TASARIMI

Artıklığa ve hesap yüküne yol açmadan DT-CWT bağlamında yaklaşık olarak karmaşık olan bir dönüşüm elde etmek için tek-ağaç yapısında kullanılmak üzere gerçel değerli yükseltme filtreleri tasarlıyoruz. Gerçel değerli ST-CWT tasarımımızın uygulama şeması Şekil 1'de gösterilmektedir.

Şekil 1'de,  $U_{1,2}$  ve  $P_{1,2}$ , sırasıyla, iki farklı güncelleme ve öngörü filtre seti belirtmektedir. Amacımız sadece bir ağaç kullanarak yaklaşık olarak karmaşık bir dalgacık dönüşümü oluşturmak olduğundan, ilk güncelleme filtresi  $U_1$  gerçel ağacın alçak-geçiren analiz filtresi  $h_0[n]$ 'e ve ikinci güncelleme filtresi  $U_2$  sanal ağacın alçak-geçiren analiz filtresi  $g_0[n]$ 'e karşılık gelmelidir.

Alt-ışaret  $x_L[n]$ 'in çift ve tek örnekleri, sırasıyla  $U_1[n]$  ve  $U_2[n]$  kullanılarak elde edilir. Benzer şekilde  $x_H[n]$ 'in çift ve tek örnekleri, sırasıyla  $P_1[n]$  ve  $P_2[n]$  kullanılarak elde edilir.  $U_1$  ve  $U_2$ 'yi girdi işaretini alçak-geçiren filtrelemek için ardarda değişimli olarak kullanarak, DT-CWT'nin faydalı yönlerini koruyan, zamanla değişen tek-ağaç bir yükseltme şeması oluşturuyoruz. Tam olarak ifade edersek, girdi işareti ilk olarak tembel filtre öbeği yoluyla çift-indsisli örnekler  $\hat{x}_L[n]$  ve tek-indsisli örnekler  $\hat{x}_H[n]$  olarak ikiye ayrıştırılır.  $\hat{x}_L[n]$ 'in çift-indsisli örnekleri  $U_1$  tarafından güncellenir ve  $\hat{x}_L[n]$ 'in tek-indsisli örnekleri  $U_2$  tarafından güncellenir.  $\hat{h}_1[n]$  ve  $\hat{h}_2[n]$ , girdi işareti  $x[n]$ 'i örnek seyreltme öncesinde işleyen geçerli alçak geçiren filtreleri belirtsin. Bu filtrelerin z-dönüşümleri aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{H}_1(z) = 1/2 + z^{-1}U_1(z^2) \quad (4)$$

$$\tilde{H}_2(z) = 1/2 + z^{-1}U_2(z^2) \quad (5)$$

$U_1(z)$  ve  $U_2(z)$ , veya eşit olarak  $\tilde{H}_1(z)$  ve  $\tilde{H}_2(z)$  filtrelerini aşağıdaki kısıtları kullanarak tasarlıyoruz, öyle ki elde edilen dönüşüm yaklaşık olarak karmaşık olsun:

- $\tilde{h}_i[n]$  yarı-bant bir filtre olduğu için, kusursuz yeniden inşa için  $\tilde{h}_i[2n] = 0, n \neq 0, i = 1, 2$
- $\tilde{h}_1[n]$  ve  $\tilde{h}_2[n]$ 'in grup gecikmeleri yaklaşık olarak sırasıyla  $1/4$  ve  $3/4$  olmalı, öyle ki filtreler arasında  $1/2$  gecikme farkı olsun [8]
- $\tilde{H}_1(z)$  ve  $\tilde{H}_2(z)$ ,  $z = -1$ 'de bir adet sıfıra sahip olmalı, yani,  $\sum_n \tilde{h}_i[n](-1)^n = 0, i = 1, 2$  öyle ki,  $w = \pi$ 'de  $\tilde{H}_i(e^{jw}) = 0$

İlk kısıta dayanarak, 7 uzunluğunda aşağıdaki şekilde bir filtre tasarlıyoruz:

$$\tilde{h}_1[n] = \{\alpha_1, 0, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, 0, \alpha_5\} \quad (6)$$

Burada  $\alpha_i, i = 1..5$  için sıfırdan farklıdır ve  $\alpha_3 n = 0$ 'daki katsayıyı belirtmektedir. Tablo 1'de  $h_0$ 'ın üç baskın merkez katsayısı kullanılarak  $\alpha_2, \alpha_3$  ve  $\alpha_4$  şu şekilde elde edilmektedir:

$$\alpha_2 = 0.1538, \alpha_3 = 0.5, \alpha_4 = 0.3864 \quad (7)$$

(6)'daki filtre katsayıları toplamının bir olması gerektiğinden,

$$\alpha_1 + \alpha_5 = -0.0402 \quad (8)$$

Üçüncü kısıtı sağlamak için, aşağıdaki eşitliğin sağlanması gerekir:

$$\alpha_3 - \sum_{i \neq 0} \alpha_i = 0 \quad (9)$$

Bu eşitlik  $\alpha_3 = 0.5$  alındığında zaten sağlanır. Sağlanması gereken en son kısıt ikinci kısıttır.  $\tilde{h}_1[n]$  filtresinin grup gecikmesi şu şekilde bulunur:

$$\tau_g(w) = -\frac{\partial \phi(w)}{\partial w} \quad (10)$$

Burada  $\phi(w), \tilde{h}_1[n]$ 'in DTFT'sinin fazı olarak tanımlanır:

$$\phi(w) = \arg\{\tilde{H}_1(e^{jw})\} \quad (11)$$

(8)'den yararlanarak  $\tilde{h}_1[n]$ 'in DTFT'sini aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\tilde{H}_1(e^{jw}; \alpha_1) = \alpha_1 e^{3jw} + \sum_{i=2}^4 \alpha_i e^{(3-i)jw} + (-0.0402 - \alpha_1) e^{-3jw} \quad (12)$$

Burada tek bilinmeyen  $\alpha_1$ 'dir. Filtre katsayısı  $\alpha_1, [-1, 1]$  aralığında bir-boyutlu tam kapsamlı aramayla kolaylıkla belirlenebilir. İlk olarak, her  $\alpha \in [-1, 1]$  için  $\phi(w; \alpha) = \arg\{\tilde{H}_1(e^{jw}; \alpha)\}$  fazına doğrusal bir model oturtuyoruz çünkü q-shift filtreleri yaklaşık olarak doğrusal faza sahiptir [11] ve dolayısıyla neredeyse sabit grup gecikmeleri vardır. Frekans  $\pm\pi$ 'ye yaklaştıkça faz fonksiyonunun yaklaşık olarak linear davranışı kaybolduğundan oturtma  $w \in [-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$  için yapılır. Doğrusal modeli oturtuktan sonra, (10)'a göre ortaya çıkan doğrunun eksi eğimi filtresinin grup gecikmesini verir. Ortaya çıkmaktadır ki,  $1/4$  grup gecikmesi için

$$\alpha_1 = -0.05, \alpha_5 = 0.0098 \quad (13)$$

olmalıdır. İkinci filtre  $\tilde{h}_2[n]$  basitçe  $\tilde{h}_1[n]$  filtresinin zamanda ters çevrilmiş versiyonudur. Bu aynen  $g_0[n]$ 'in  $h_0[n]$ 'in zamanda ters çevrilmiş versiyonu olması gibidir. Dolayısıyla  $\tilde{h}_2[n]$  şu şekildedir:

$$\tilde{h}_2[n] = \{\alpha_5, 0, \alpha_4, \alpha_3, \alpha_2, 0, \alpha_1\} \quad (14)$$

Öngörü filtreleri  $P_1$  ve  $P_2$  güncelleme filtrelerindeki tasarım stratejisini uygulayarak tasarlanır. Öngörü esnasında,  $P_1, x_L[n]$ 'in sadece  $U_1$  tarafından güncellenen örneklerini kullanır ve  $P_2, x_L[n]$ 'in sadece  $U_2$  tarafından güncellenen örneklerini kullanır. Tablo 1'e göre N filtre uzunluğu olmak üzere  $h_1[n] = (-1)^n h_0[N - n]$ . O halde,  $P_1$ 'e karşılık gelen geçerli öngörü filtresi şu şekildedir:

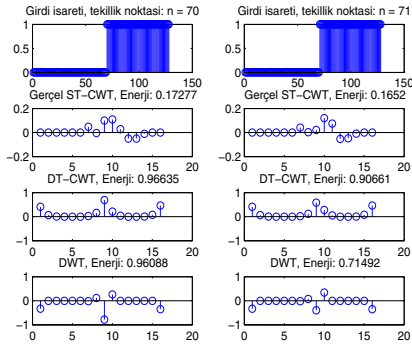
$$\tilde{g}_1[n] = \{-\alpha_5, 0, -\alpha_4, \alpha_3, -\alpha_2, 0, -\alpha_1\} \quad (15)$$

Tablo 1'e göre  $g_1[n] = h_1[N - n]$  olduğundan,  $P_2$ 'ye karşılık gelen geçerli öngörü filtresi şu şekildedir:

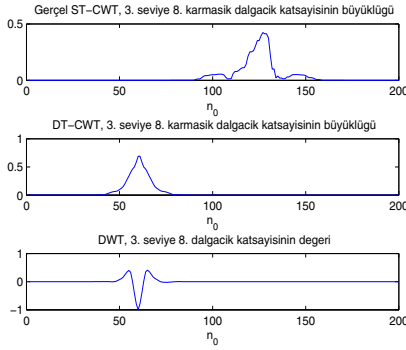
$$\tilde{g}_2[n] = \{-\alpha_1, 0, -\alpha_2, \alpha_3, -\alpha_4, 0, -\alpha_5\} \quad (16)$$

Yukarıda tasarlanan güncelleme ve öngörü filtreleri 2. ve daha üstü ayrıştırma seviyelerinde kullanılır. DT-CWT'nin her seviyede yaklaşık olarak analitik olması için ilk seviyede (3)'teki yarı-örnek gecikme koşulu tam-örnek gecikme koşuluna dönüşür [4]. Bu yüzden, ilk seviyede basit  $\{1/2, 1/2\}$  filtresi geçerli güncelleme filtresi olarak kullanılır ve  $n = 0$ 'daki katsayı  $U_1$  ve  $U_2$  filtreleri arasında değişiklik gösterir. İlk seviyede öngörü için, örneklere öngörülen örneğe yakınlıklarına göre ağırlık veren  $\{-1/4, 1, 3/4\}$  geçerli öngörü filtresi kullanılır.

Önerilen tek-ağaç dönüşümünün karmaşıklık özelliğini araştırmak üzere birkaç deney yapılmıştır. İlk olarak, birim adım işaretini ve onun kaymış versiyonu önerilen ST-CWT, DT-CWT ve DWT'ye girdi olarak verilir ve 3. seviyedeki dalgacık katsayıları incelenir. Grafikler Şekil 2'de verilmektedir. Önerilen gerçel ST-CWT'nin yaklaşık kayma bağımsızlık özelliği şekilden açıkça görülmektedir. Gerçel ST-CWT ve DT-CWT için dalgacık katsayıları girdi işaretindeki kaymalardan pek fazla etkilenmezken DWT girdi işaretinin küçük ötelenmelerine tepki olarak çok farklı çıktı işaretleri üretebilmektedir. İkinci olarak, tekilliği  $n_0$ 'da olan bir birim adım işaretinin  $n_0$  değişirken 3. seviye dalgacık işaretinin 8. katsayısı incelenmiştir. Kullanılan dönüşümler, önerdiğimiz ST-CWT, DT-CWT ve DWT'dir. Bu deney [4]'deki deneyi önerilen ST-CWT için uygulamaktadır. Deneyde grafikte gösterilen değerler; DT-CWT için 3. seviyedeki 8. karmaşık dalgacık katsayısının büyüklüğünü, DWT için 3. seviyedeki 8. ayrık dalgacık katsayısının değerini belirtmektedir. Gerçel ST-CWT için ise bu değer, DT-CWT'deki büyüklüğü oluşturan gerçel ve sanal dalgacık katsayılarına karşılık gelen katsayıların normudur. Bu katsayıların hangileri olduğunu bulmak için üst dal ve alt dal çıktıları  $x_L[n]$  and  $x_H[n]$ 'nin ikisini de çift- ve tek-indsizli örneklere ayırıyoruz. Üst ve alt daldaki çift-indsizli örnekler DT-CWT'nin gerçel ağaç çıktıları temsil ederken tek-indsizli örnekler sanal ağaç çıktıları temsil etmektedir. Dolayısıyla, 8. ST-CWT katsayısı,  $\sqrt{x_H[16]^2 + x_H[17]^2}$  olarak hesaplanır.  $n_0$ 'ya göre 3. seviye dalgacık işaretinin 8. katsayı değerlerinin grafiği Şekil 3'de görülmektedir. Görüldüğü gibi önerilen ST-CWT ve DT-CWT için dalgacık katsayıları tekillik noktasına



Şekil 2: Önerilen gerçel ST-CWT, DT-CWT ve DWT için bir birim adım işareti ve ötelenmiş versiyonunun 3. seviye dalgacık katsayıları



Şekil 3: Önerilen gerçel ST-CWT, DT-CWT ve DWT için bir birim adım işaretinin tekillik noktası  $n_0$ 'ya göre 3. seviye 8. dalgacık katsayıları

yaklaştıkça artma ve uzaklaştıkça azalma eğilimi gösterirken DWT'de tekillik noktası etrafında bir salınım sözkonusudur. ST-CWT'nin performansı bu açıdan DT-CWT ile neredeyse aynıdır çünkü katsayı değerlerinin akıcılığı iki dönüşümde de belirgindir. Yukarıda açıklanan nedenlerden dolayı ST-CWT grafiğinde zirve noktasındaki  $n_0$  değeri, DT-CWT ve DWT grafiklerindeki benzer özellikteki  $n_0$  değerinin iki katıdır.

## 4. SONUÇLAR

Bu bildiride, zamanla değişen yükseltme şemaları kullanılarak gerçel değerli tek-ağaç karmaşık dalgacık dönüşümü tasarlanmış ve uygulanmıştır. DT-CWT  $d$ -boyutlu işaretler için  $2^d$  artıklık faktörüne yol açan artıklı bir dönüşümdür. Yükseltme şemaları yerine klasik filtre öbeklerinin ve iki ağacın kullanımı nedeniyle DT-CWT'nin hesap yükü yüksektir. Önerdiğimiz yükseltme şeması, karmaşık dalgacık benzeri bir dönüşümün, çift-ağaç yaklaşımına başvurmadan yükseltme yapısındaki güncelleme ve öngörü filtrelerinin değişimli olarak ardarda kullanılması yoluyla elde edilebileceği fikrine dayanıyor. Önerilen dönüşüm kritik

olarak örneklenmiştir ve dolayısıyla girdi verisi miktarı çıktı verisi miktarına eşittir, fakat DT-CWT dört oranında artıktır. Grup gecikmesi  $1/4$  olan ve geçerli güncelleme filtresi olarak kullanılacak olan yarı-bant filtreler için filtre tasarım yöntemi önerilmiştir. Zamanla değişen yükseltme şeması tabanlı önerdiğimiz ST-CWT'nin kayma bağımsızlık gibi karmaşık dalgacık benzeri niteliklere sahip olduğu ve DT-CWT'ye güçlü bir alternatif oluşturabileceği ispatlanmıştır. Gelecek araştırmalarda iki boyutlu işaretler için ST-CWT'nin yönsel seçicilik özelliğine sahip olduğu ortaya konacak ve önerilen yöntemin daha önce DT-CWT ile çözüm getirilen bir biyomedikal görüntü sınıflandırma problemine uygulanışı gösterilecektir.

## 5. KAYNAKÇA

- [1] W. Sweldens, "The lifting scheme: A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions," in *Wavelet Applications in Signal and Image Processing III*, 1995, pp. 68–79.
- [2] M. Miller and N. Kingsbury, "Image denoising using derotated complex wavelet coefficients," *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 9, pp. 1500–1511, sept. 2008.
- [3] T. Celik and T. Tjahjadi, "Multiscale texture classification using dual-tree complex wavelet transform," *Pattern Recognition Letters*, vol. 30, no. 3, pp. 331–339, 2009.
- [4] I. Selesnick, R. Baraniuk, and N. Kingsbury, "The dual-tree complex wavelet transform," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 22, no. 6, pp. 123–151, Nov. 2005.
- [5] I. Selesnick, "Hilbert transform pairs of wavelet bases," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 8, no. 6, pp. 170–173, June 2001.
- [6] T. S. Lee, "Image representation using 2d gabor wavelets," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 10, pp. 959–971, oct 1996.
- [7] N. Kingsbury, "Image processing with complex wavelets," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A:Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 357, no. 1760, pp. 2543–2560, 1999.
- [8] A. Abbas and T. Tran, "Rational coefficient dual-tree complex wavelet transform: Design and implementation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 8, pp. 3523–3534, aug. 2008.
- [9] B. Ozmen and H. Ozkaramanli, "Complex linear-phase biorthogonal filterbanks with approximately analytic wavelets," *Signal Processing*, vol. 89, no. 4, pp. 599–604, Apr 2009.
- [10] N. Kingsbury, "The dual-tree complex wavelet transform: A new technique for shift invariance and directional filters," in *Proceedings of IEEE DSP Workshop*, 1998, pp. 319–322.
- [11] —, "A dual-tree complex wavelet transform with improved orthogonality and symmetry properties," in *Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on*, vol. 2, sept. 2000, pp. 375–378 vol.2.