

# Holografik Stereogramların Değişken Boyutlu Bölütler Kullanılarak Geri Çatım Kalitelerinin Arttırılması

## The Reconstruction Quality Improvement of Holographic Stereograms via Variable Size Segmentation

Erdem Şahin, Levent Onural, Hoonjong Kang

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye

{sahin,onural,hjkang}@ee.bilkent.edu.tr

### Özetçe

Bilgisayarla üretilen hologramlar yaygınlaştıkça, hologramların dijital ortamda hızlı hesaplanması bir ihtiyaç haline gelmektedir. Fresnel (veya Rayleigh-Sommerfeld) kırınım modelleri ile hologram hesaplama süreleri gerçek zamanlı uygulamaları olanaksız kıldığı için, holografik stereogramlar buna bir çözüm olarak geliştirilmiştir. Holografik stereogramlar, hologram düzlemini bölütlere ayırır. Faz eklenmiş stereogramlarda (Phase added stereogram) kırınım alanı hesaplanırken 3B nesne noktalarının koordinatları kullanılır. Bu da kırınım alanının uygun boyutlu FFT'ler kullanılarak hesaplanabilmesine olanak sağlar. Faz eklenmiş stereogramlar hesaplama süresi bakımından avantajlı olsa da, geri çatılan üç boyutlu görüntülerin kalitesi tatmin edici olmayabilir. Bunun esas sebebi ise bir noktasal kaynağın kırınım alanının, her bölütün içinde tek frekanslı bir harmonik dalga ile yaklaşıklanmasıdır. Biz geri çatım kalitesini arttırmak için, önceden kullanılan holografik stereogramların aksine değişken boyutlu bölütler kullanan bir yöntem öneriyoruz. Noktasal bir kaynağın kırınım alanını yaklaşıklarken, yüksek frekanslı bölgeleri daha küçük, düşük frekanslı bölgeleri ise daha büyük bölütlerle kaplıyoruz. Bunun sonucu olarak, her bir bölütün içine yazılan tek frekanslı harmonik dalganın toplam salınım sayısını sabit tutuyoruz. Noktasal bir kaynak için yaptığımız simülasyonlar bize, yöntemimizi kullanarak daha kaliteli geri çatımlar elde edebileceğimizi gösteriyor.

### Abstract

As computer generated holograms becomes more common, the fast computation of holographic interference patterns in digital environment becomes a necessity. Since the computation time of holograms via Fresnel (or Rayleigh-Sommerfeld) diffraction models makes real time applications impossible, the holographic stereograms are developed to be a solution for this problem. Holographic stereograms divide the hologram plane into segments. In phase added stereograms the coordinates of 3D source points are used while calculating the diffraction field. And that enables to calculate the diffraction field with appropriate sized FFTs. Although the phase added stereograms are advantageous in terms of computation time, the quality of the reconstructed three dimensional images may not be satisfactory. The main reason is that the diffraction field of a given

point source is approximated as a pure complex sinusoid in each segment. To increase the reconstruction quality, we propose a method that uses variable sized segments, as opposed to previously developed holographic stereograms that use fixed sized segments. While approximating the diffraction field of a point source, higher frequency regions are covered with smaller segments and lower frequency regions with larger segments. As a result of this, we keep the total number of oscillations of pure sinusoidal waves constant in each segment. The simulations that we carried out for a point source show that we are able to obtain better quality reconstruction with our method.

### 1. Giriş

Bilgisayarla holografi üretim teknikleri bir 3 boyutlu (3B) sahnenin holografik girişim örüntüsünün (fringe pattern) sayısal olarak oluşturulmasına olanak sağlar. Sayısal ortamda üretilmiş bu girişim örüntüsünden oluşturulan fotografik filmin, uygun bir şekilde aydınlatılmasıyla da holografik üç boyutlu görüntüler elde edilir.

Holografik video görüntü sistemleri [1] için sınırlayıcı faktörlerin başında, holografik girişim örüntüsünün hesaplanması süresi gelir. Eğer yaklaşık metodlar kullanılmaz ise, bu süre çok uzundur. Holografik stereogramlar (HS) esas olarak bu hesap süresinin azaltılması amacıyla geliştirilmiştir [3, 4, 5]. Ancak, HS'lerden geri çatılan 3B görüntülerin çözünürlükleri yaklaşık yöntemler kullanılması nedeniyle daha kötüdür.

HS'lerin önemli bir çeşidi de, bağdaşık stereogramlardır (coherent stereogram). Bağdaşık stereogramlarda geri çatılan alanda sürekli bir dalga cephesi arzulanmaktadır. PAS (Phase-added stereogram) [6] bağdaşık stereogramlardan bir tanesidir. PAS'larda kırınım alanını (diffraction field) hesaplamak için gereken sürenin azaltılması amacıyla FFT (Fast Fourier Transform) kullanılmaktadır. PAS'ların hesaplama süresinin azaltılmasında önemli bir yol da paralel işlemedir [7]. APAS (Accurate phase-added stereogram) [8] bağdaşık stereogramların geri çatım kalitelerinin geliştirilmesi için önerilmiş diğer bir yöntemdir. Bu yöntemlerin hepsinde, kullanılan bölütlerin boyutları sabittir.

Biz bu makalede, değişken boyutlu bölütler kullanan bir yöntem öneriyoruz. Bu yöntem sayesinde, geri çatılan görüntü 3B kalitesini, bağdaşık stereogramlardan elde edilenlere göre arttırmaya çalışıyoruz. Bunu yaparken de, hesaplama za-

manında ciddi bir artış olmamasına özen gösteriyoruz.

## 2. Holografik Stereogramlar

Nokta kaynak modelini kullanan bilgisayarla üretilmiş hologramlar, kullandıkları kırınım formülüne göre sınıflandırılır.

Skalar dalga optiği dahilindeki en doğru kırınım modeli olan Rayleigh-Sommerfeld (RS) modeli kullanılarak  $N$  noktadan oluşan ve her noktası bir ışık kaynağı olarak düşünülen 3B nesneden kaynaklanan kırınım alanı,  $U_R(x, y)$ , hologram düzlemi üzerinde bulunan  $(x, y)$  noktasında, şu şekilde hesaplanır: [9]

$$U_R(x, y) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{r_n(x, y)} \exp(jkr_n(x, y) + j\phi_n). \quad (1)$$

Bu denklemde,  $a_n \exp(j\phi_n)$ , 3B nesneyi oluşturan  $n$ 'inci noktanın karmaşık genliği,  $r_n(x, y)$  ise hologram düzlemindeki  $(x, y)$  noktasına olan uzaklığıdır.

RS kırınım yönteminden, esas olarak 1. denklemdeki faz terimi  $kr_n(x, y)$ 'in  $\frac{k}{2z_n}((x_n - x)^2 + (y_n - y)^2)$  olarak yaklaşıklanması sonucu elde edilen Fresnel kırınım yönteminde ise, aynı hesap: [2]

$$U_F(x, y) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{z_n} \times \exp\left\{j\frac{k}{2z_n}[(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2] + j\phi_n\right\} \quad (2)$$

biçiminde yapılır. Burada,  $(x_n, y_n, z_n)$ ,  $n$ 'inci noktanın koordinatlarını belirtmektedir.

Hem RS, hem de Fresnel yöntemlerinde, ışıklı noktalardan oluşan bir 3B nesnenin kırınım alanının, hologram düzleminde alınacak yeterli sayıdaki bir dizi nokta üzerinde (örnek:  $1024 \times 1024$  noktada) hesaplanması, gerçek zamanlı operasyonu imkansız kılacak kadar uzun zaman alır. Bu hesaplamaların daha hızlı yapılabilmesi için, HS yöntemleri geliştirilmiştir.

HS'de hologram alanı belli sayıda bölütlere ayrılır. Bölütler, kare şeklindedir. Boyutu  $\Delta S \times \Delta S$ , merkezi  $(x_d, y_d)$  olan bir bölüt üzerindeki kırınım, aşağıdaki iki boyutlu fonksiyon olarak yazılır: [9]

$$U_{HS}(x, y) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{r_n(x, y)} \times \exp\{j2\pi[(x - x_d)f_{x_n} + (y - y_d)f_{y_n}]\}. \quad (3)$$

Burada,  $f_{x_n}$  ve  $f_{y_n}$ ,  $n$ 'inci noktanın oluşturduğu kırınım alanının bölütün merkezindeki yerel uzamsal frekanslarıdır. HS'de, bir 3B nesne noktasının belirli bir bölüt içinde yarattığı kırınım örüntüsünün, bir düzlem dalga örüntüsü ile yaklaşıklandırıldığı görülür. Bu yaklaşıklandırma geri çatım kalitesinde düşüşe neden olmakla birlikte hesaplamaların daha hızlı yapılmasının yolunu açar.

HS'nin geri çatım kalitesinde yarattığı düşüşün bir nedeni, bu yöntemle geri çatılan dalga cephesinin fazının kesikli olmasıdır. Bu sorunu çözmenin bir yolu, bölüt içine yazılan düzlemsel dalga örüntüsüne uygun faz eklemektir. Faz ekli

stereogramlar (Phase added stereogram (PAS)) bu işi, bölüt içine 3. denklemdeki fonksiyon yerine [6]

$$U_{PAS}(x, y) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{r_n(x_d, y_d)} \times \exp\{j2\pi[(x - x_d)f_{x_n} + (y - y_d)f_{y_n}] + jkr_n(x_d, y_d) + j\phi(n)\}, \quad (4)$$

yazarak yapar. PAS'larda [6] kırınım alanı hesaplanırken perspektif görüntüler yerine 3B nesne noktalarının koordinatları kullanılır. Burada,  $n$ 'inci noktayı bölüt merkezine birleştiren doğrunun,  $x$  ve  $y$  eksenleri ile yaptığı açılara sırasıyla  $\theta_{x_n}$  ve  $\theta_{y_n}$  dersek,

$$f_{x_n} = \frac{\sin(\theta_{x_n})}{\lambda} \\ f_{y_n} = \frac{\sin(\theta_{y_n})}{\lambda} \quad (5)$$

olarak bulunur. Stereogram 4. denkleme göre hesaplandığında, dalga cephesinin fazı sürekli olur ve geri çatım hatası azalır.

PAS'ların hesaplanmasını hızlandırmak FFT ile mümkündür [9]. Şöyle ki, yukarıda bir 3B nesne noktasının bir bölüte katkısının bir düzlem dalga örüntüsü olduğunu varsaydık. Bu demek oluyor ki, bu 3B nokta, bu bölütün DFT'sinin yalnızca bir katsayısını etkiliyor. O halde, hologram düzlemindeki bölütlerin her birinin DFT'sini, 3B nesne noktalarından gelen katkıları doğru frekanslara yazarak kolayca bulabiliriz. Sonra da, her bir bölütün IDFT'sini FFT kullanarak alabilir ve stereogramı elde edebiliriz. Bunun için, bir 3B nesne noktasının yarattığı düzlem dalga frekanslarını, DFT kullanımına uygun olacak şekilde nicemlememiz gerekir. 6. denklem, frekanstaki bu nicemlemeyi göstermektedir:[9]

$$U_{PASFFT}(x, y) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{r_n(x_d, y_d)} \times \exp\{j2\pi[(x - x_d)f_{x_{d_n}} + (y - y_d)f_{y_{d_n}}] + jkr_n(x_d, y_d) + j\phi(n)\}. \quad (6)$$

Burada  $f_{x_{d_n}}$  ve  $f_{y_{d_n}}$  nicemleme sonucu oluşan ayrık uzamsal frekanslardır. Bu yöntemle elde edilen geri çatım kalitesi, frekans alanında kullanılan nicemleme sebebiyle, HS ve PAS'a göre daha düşük olur.

Eğer bölüt boyutları çok büyük olursa oluşturulan görüntülerin çözünürlükleri kötü olur. Diğer taraftan bölüt boyutları arttırıldıkça FFT kullanımından kaynaklanan nicemleme hatası da azalır [9]. Bu yüzden PAS'ın FFT kullanarak hesaplanmasında uygun bir bölüt boyutu seçimi önemlidir.

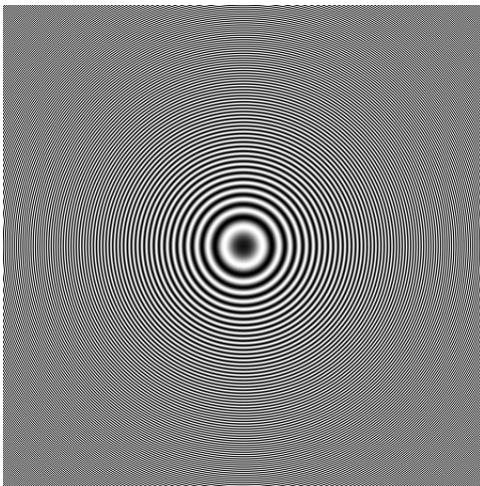
Frekanstaki nicemlemeden kaynaklanan geri çatım hatasını azaltmak için, bölüt boyutundan daha büyük boyutlu FFT kullanılabilir [8]. Bu yöntemle APAS (Accurate PAS) adı verilmiştir. APAS'da FFT sonucu elde edilen iki boyutlu ayrık sinyalin sadece bir kısmı ilgili bölütün içine yazılır. Bu metodun kötü yanı da FFT boyutunun artmasından kaynaklanan yavaşlamadır.

## 3. Hologram Düzleminin Değişken Boyutlu Bölütlendirilmesi

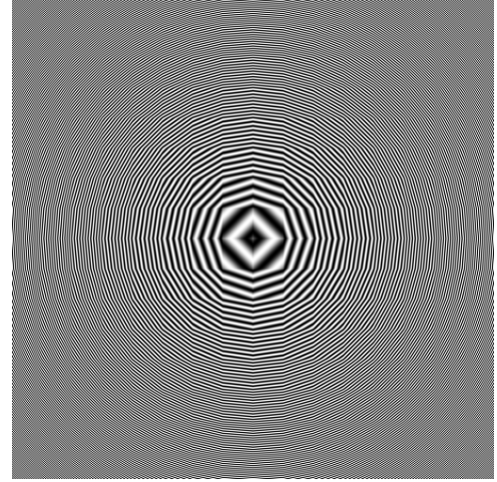
Bir önceki bölümde anlatılan bağdaşık stereogramların ana özelliklerinden bir tanesi kullandıkları bölüt boyutunun tüm

hologram düzlemi boyunca sabit olmasıdır. Burada Fresnel kırınım dürtü tepkesinin karesel bir faz fonksiyonu,  $\exp\{j\alpha[x^2 + y^2]\}$ , olduğunu ve bu fonksiyonunun yerel frekansının her iki ekseninde de doğrusal olarak değiştiğini hatırlayalım. O halde bu metodların aslında her bir bölüt içindeki yatay ve dikey eksenler boyunca bölütün bir kenarından diğer kenarına kadar gidildiğinde oluşacak anlık frekans değişimini sabit tutmaya çalışarak bir yaklaşıktırma yaptığını görürüz. Biz bölütler içerisindeki frekans değişimini sabit tutmak yerine faz değişimini sabit tutmayı öneriyoruz. Bu da aslında kırınım alanının düşük frekanslı bölgelerini daha büyük bölütlerle yüksek frekanslı bölgelerini de daha düşük bölütlerle döşemek anlamına geliyor.

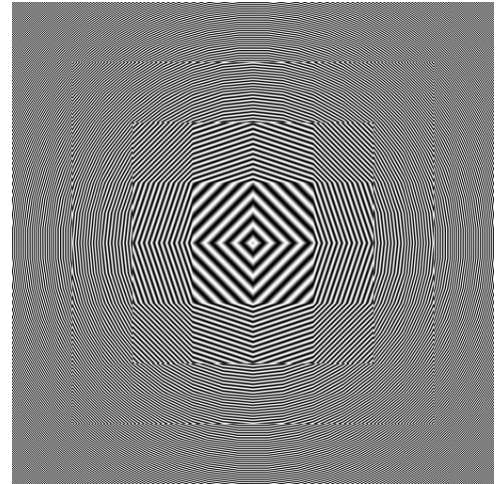
Bu paragrafta sadece pozitif frekans bandının bölünmesi anlatılmaktadır. Anlatılanlar negatif frekans bandı için de simetrik olarak uygulanmaktadır. Normalize edilmiş frekans alanını  $[0, \frac{\pi}{2})$ ,  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$ ,  $[\frac{3\pi}{4}, \pi)$  olarak üç banda bölüyoruz. 3B nesne noktasının hologram düzleminde oluşturduğu kırınım alanının  $[\frac{3\pi}{4}, \pi)$  frekans bandı içinde kalan bölgelerini en küçük boyutlu,  $S_0 \times S_0$  bölütlerle;  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$  frekans bandı içinde kalan bölgelerini  $2S_0 \times 2S_0$  boyutlu bölütlerle;  $[0, \frac{\pi}{2})$  frekans bandı içinde kalan bölgelerini ise  $4S_0 \times 4S_0$  boyutlu bölütlerle kaplıyoruz. Böylece stereogramı farklı boyutlu bölütlerin hologram düzleminde bindirilmesi ile oluşturuyoruz. 3. şekilde gösterilen stereogramda merkezden köşelere gidildikçe yerel frekansın arttığı bu sebeple de kullanılan bölüt boyutunun azaldığı görülmektedir. 2. bölümde PAS'larda 3B nesne noktasının bir bölüte katkısının bir düzlem dalga örüntüsü olarak varsayıldığını söylemiştik. Biz de kullandığımız bu yöntemde aynı varsayımı yapıyoruz. Hologram düzlemindeki bölütlerin her birinin DFT'sini, 3B nesne noktasının karmaşık büyüklüğünü doğru frekanslara yazarak buluyor, sonra da her bir bölütün IDFT'sini FFT kullanarak hesaplayıp stereogramı elde ediyoruz. Burada, önerdiğimiz yöntemin FFT kullanan PAS'lara göre farkı ise bu işlemlerin yukarıda verdiğimiz üç band için ayrı ayrı tekrarlanmasıdır.



Şekil 1: Fresnel kırınım deseni (karmaşık değerli fonksiyonun yalnızca gerçel kısmı gösterilmiştir).



Şekil 2: APAS yaklaşımı ile elde edilen kırınım deseni (Bölüt boyutu=  $32 \times 32$ , FFT boyutu=  $64 \times 64$ ).

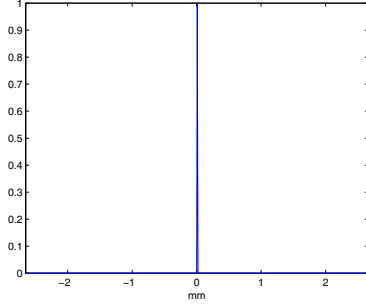


Şekil 3: Değişken bölüt boyutlu stereogram ( $S_0 = 16$ ).

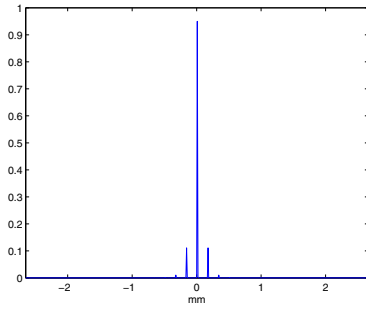
#### 4. Deneysel Sonuçlar

Orijini hologram düzleminin merkezinde bulunan ve  $z$  - eksenini bu düzleme paralel olan 3B koordinat sistemine göre,  $(0,0,187mm)$  noktasında bulunan bir noktasal kaynağın kırınım alanı Fresnel, APAS ve bizim önerdiğimiz değişken bölüt boyutlu stereogram modellerine göre hesaplanmıştır. Sonuçlar şekil 1,2 ve 3'de görülmektedir. Hologram düzlemindeki örnekleme aralığı  $10.4mm$  ve düzlemdeki toplam pixel sayısı  $512 \times 512$  olarak seçilmiştir. APAS için kullanılan bölüt boyutu  $32 \times 32$  olup kullanılan FFT'nin boyutu ise  $64 \times 64$ 'tür. Bunula birlikte bizim önerdiğimiz değişken bölüt boyutlu stereogramda kullandığımız en küçük bölüt boyutu

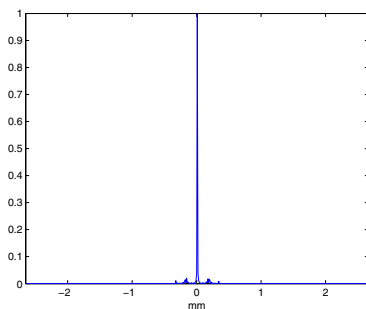
$S_0 = 16$ 'dır. Şekil 4,5 ve 6'da ise sırasıyla Fresnel hologram, APAS ve değişken bölüt boyutlu stereogramdan elde edilen geri çatımların yatay eksen boyunca nokta yayılımı (point spread) görülmektedir. Nokta, Fresnel hologramdan en keskin biçimde yeniden elde ediliyor. Bizim önerdiğimiz yöntemle elde edilen geri çatımdaki ışık gücü APAS'dakine göre yan bölgelere daha az dağılıyor. Bu da çözünürlüğü arttıran önemli bir faktör olarak görülebilir.



Şekil 4: Şekil 1'deki Fresnel hologramdan geri çatım.



Şekil 5: Şekil 2'deki APAS(32,64)'den geri çatım.



Şekil 6: Şekil 3'deki değişken bölüt boyutlu stereogramdan geri çatım ( $S_0 = 16$ ).

## 5. Vargılar

Biz bu makalede gerçek zamanlı uygulamaları olanaklı kılan holografik stereogramların geri çatım kalitelerinin artırılması için bir yöntem önerdik. Bu yöntemde, esas olarak önceden geliştirilen holografik stereogramlardaki gibi sabit boyutlu

bölütler kullanmak yerine, değişken boyutlu bölütler kullanıyoruz. Bu sayede, bir kaynak noktasının hologram düzlemindeki kırınım örüntüsünün farklı frekanslı bölgelerini farklı boyutlardaki bölütlere yazıyoruz. Öyle ki önceki metodlar bir bölüt içinde yatay ve dikey eksenler boyunca yerel frekans değişim miktarını sabit tutarken biz faz değişimini, yani her bölüt içindeki toplam salınım sayısını sabit tutuyoruz. Yaptığımız simülasyonlar dahilinde, beklentilerimizin karşılandığını görüyoruz. Bu da daha karmaşık 3B nesnelerin geri çatılma kalitesi iyileştirme yolunu açıyor.

## 6. Kaynakça

- [1] P. St. Hilaire, S. A. Benton, M. Lucente, M. L. Jepsen, J. Kollin, H. Yoshikawa, and J. Underkoffler, "Electronic display system for computational holography," in *Practical Holography IV*, S. A. Benton, Ed., Proc. SPIE 1212, 174-182 (1990).
- [2] Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill, second edition edition, 1996.
- [3] T. Yatagai, "Stereoscopic approach to 3-D display using computer generated holograms," *Appl. Opt.* 15(11), 2722-2729 (1976).
- [4] M. Lucente, "Holographic bandwidth compression using spatial subsampling," *Opt. Eng.* 35(6), 1529-1537 (1996).
- [5] M. Lucente, "Computational holographic bandwidth compression," *IBM Syst. J.* 35(3/4), 349-365 (1996).
- [6] M. Yamaguchi, H. Hoshino, T. Honda, and N. Ohya, "Phase-added stereogram: calculation of hologram using computer graphic technique," in *Practical Holography VII*, S. A. Benton, Ed., Proc. SPIE 1914, pp. 25-33 (1993).
- [7] H. Kang, F. Yaraş, and L. Onural, "Graphics processing unit accelerated computation of digital holograms," *Appl. Opt.* 48, H137-H143 (2009).
- [8] Hoonjong Kang, Takeshi Yamaguchi and Hiroshi Yoshikawa, "Accurate phase-added stereogram to improve the coherent stereogram," *Appl. Opt.*, Vol. 47, Issue 19, pp. D44-D54, (2008)
- [9] H. Kang. Quality Improvements of the Coherent Holographic Stereogram for Natural 3D Display and Its Applications. PhD thesis, Nihon University, (2008).