

# Kiplemeli Geniş Bant Çeviricinin Alt Bant Eşitleyici Filtre ile Dinamik Alanının İyileştirilmesi

## Sub-Band Equalization of Modulated Wideband Converter for Improved Dynamic Range Performance

Ali Bugra Korucu<sup>\*†</sup>, Yasar Kemal Alp\*, Gokhan Gok<sup>\*‡</sup>, Orhan Arikant<sup>‡</sup>

\*Radar Elektronik Harp ve İstihbarat Sistemleri, ASELSAN A.Ş., Ankara, Türkiye

†Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, TOBB ETÜ, Ankara, Türkiye

‡Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye

**Özetçe** —Bu çalışmada, frekans seyrek sinyallerin Nyquist altı örnekleñmesini sağlayan çok kanallı *Kiplemeli Geniş Bant Çevirici* (KGBÇ) örnekleme sisteminin dinamik alanının iyileştirilmesi için yeni bir yöntem önerilmiştir. KGBÇ sistemi, altbant frekans tepkilerinin eş olması varsayımlı ile yapılan benzetimlerde yüksek dinamik alan başarımı göstermektedir. Ancak sistemin donanımsal gerçeklenmesinde, altbant frekans tepkileri farklılaşmaktadır, bu da sistemin dinamik alanını pratikte kullanılamayacak ölçüde azaltmaktadır. Önerilen yöntem tekrarlamalı bir şekilde sistemin tüm altbant frekans tepkilerini eşitleyen FIR filtreler tasarlamaktadır. Detaylı benzetimler sonucunda önerilen yöntemin KGBÇ sisteminin dinamik alanını önemli ölçüde iyileştirdiği gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler**—KGBÇ, seyrek, sıkıştırılmış algılama, Nyquist limiti altında örnekleme, bant eşitleyici FIR filtre

**Abstract**—In this work, we propose a new method to improve the dynamic range performance of the Modulated Wideband Converter (MWC), which is multi-channel sampling system for digitizing wideband sparse signals below the Nyquist limit without loss of information by using compressive sensing techniques. MWC achieves high dynamic range assuming that subband frequency responses of the system are identical. However, in hardware implementations of MWC, the resulting sub-band frequency responses are not identical and dynamic range performance of the system drops significantly which makes it unusable in practical applications. Proposed method iteratively designs FIR filters for equalizing frequency responses of the all sub-bands. Obtained results from the extensive computer simulations of the MWC system show that proposed method improves the dynamic range performance of the MWC system significantly.

**Keywords**—MWC, sparse, compressive sensing, sub-Nyquist sampling, band equalization FIR filter

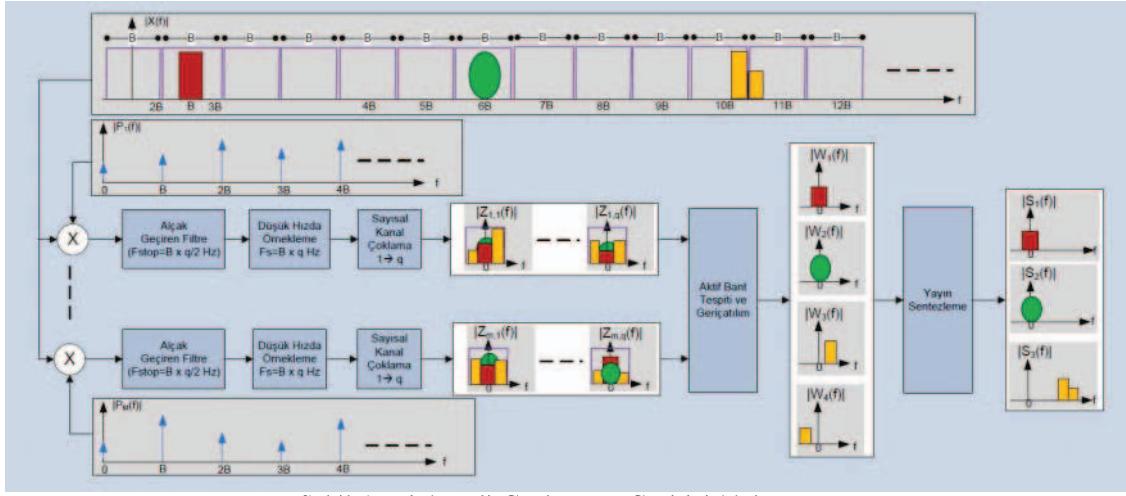
## I. GİRİŞ

Kiplemeli Geniş Bant Çevirici (KGBÇ), sıkıştırılmış algılama teorisi tabanlı, spektrumu seyrek olan geniş bantlı (bant genişliği  $>2$  GHz) sinyallerin, bilgi kaybına neden olmadan, Nyquist limiti altında( $<1$  GHz) örnekleñmesini olanaklı kılan bir sistemdir [1], [2]. Blok şeması Şekil 1. 'de verilen KGBÇ sistemi ilgilenilen sinyalin farklı bir çok alt banttan olduğunu ve bu altbantların aynı anda sadece küçük bir kısmının aktif

olduðunu varsaymaktadır [5]. KGBÇ sistemi gelen sinyali birbirli ile eş alt kanallara böldükten sonra her kanaldaki sinyali bant genişliği içerisinde fazı ve genliği birbirinden farklı birden fazla harmoniği olan bir sinyal ile çarpar. Bu çarpma işlemi alt bantlarda bulunan tüm sinyallerin doğrusal kombinasyonlarını taban bantta oluşturur. Bir başka deyiþle, farklı altbantlarda bulunan sinyaller taban bantta sıkıştırılmış olur. Dar bir banta sıkıştırılan sinyalin içerisindeki aktif alt bantlar doğrusal olmayan sıkıştırılmış algılama algoritmaları ile tespit edilerek ilgilenilen sinyallerin taban bant sinyalleri ayrı ayrı elde edilir.

KGBÇ sisteminin başarılı bir şekilde ilgilenilen sinyalleri oluşturabilmesi için kanal sayısının ortamındaki sinyalin seyrekliğine uygun bir şekilde seçilmesi gerekmektedir. [1]'de, kanal sayısının aktif alt bant sayısının en az iki katı olması gerektiği gösterilmiştir. Örnek bir senaryoda gözlem süresi boyunca 3 ayrı sinyalin aktif olduğu varsayılsa negatif ve pozitif frekanslar göz önünde bulundurduğunda 6 ayrı alt bant aktif olmaktadır. Daha kötü bir senaryoda, bu sinyallerin komşu iki ayrı alt bantta yayılması durumunda 12 ayrı alt bant aktif olmaktadır. Bu durumda sinyallerin başarılı bir şekilde geri oluşturulabilmesi için maliyet/güç tüketimi/boyut gibi nedenlerden dolayı pratik olarak gerçekleşmesi zor olan 24 ayrı analog kanal gerekmektedir. [1]'de gerekli analog kanal sayısını  $q \in \mathbb{Z}^+$  oranında azaltmak amacıyla her kanaldaki  $q$  alt bandı sayısal olarakfiltreleyen bir yöntem önerilmiştir. Her kanaldaki analog filtrenin oluşturulan  $q$  adet altbanttaki frekans tepkilerinin farklı olması bu altbantlardan gelen sayısal veriyi kullanan geri çatılım algoritmasının performansını olumsuz etkilemektedir. Sonuç olarak sistemin dinamik alanı azaltmaktadır.

Bu çalışmada, KGBÇ sisteminin dinamik alanını iyileştirmek ve pratik uygulanabilir bir sisteme erişmek için alt bant kanal frekans tepkilerini eşitleyen bir yöntem önerilmektedir. Önerilen yöntem, her kanal için farklı FIR filtreler tasarlayarak toplam kanal tepkisini güncellemektedir. Bir kaç tekrarlama sonucunda önerilen yöntem çözüme yakınsamakta ve alt bant tepkileri eşitlenmektedir. Önerilen yöntem ile kanallar eşitlendiðinde KGBÇ sisteminin dinamik alanının önemli ölçüde iyileştiği benzetim sonuçları ile gösterilmiştir.



Şekil 1: Kiplemeli Geniş Bant Çevirici blok şema.

## II. KGBÇ: KİPLEMELİ GENİŞ BANT ÇEVİRİCI

Blok şeması Şekil-1'de verilen KGBÇ sisteminin çalışma bandını  $F_{Nyq}/2$  olarak tanımlayalım. Ortamda yayınların çok kısa gözlem süreleri boyunca bant genişliklerinin en çok  $B$  Hz olacağı varsayımlı ile bu bandı  $L$  adet alt banda bölelim ve bu alt bantların merkez frekanslarını  $lB$ ,  $l=0,..,L-1$  olarak tanımlayalım. Ortamda  $P$  adet yayının bulunduğu bir durumda, sisteme gelen sinyali şu şekilde modelleyelim:

$$x(t) = \sum_{p=1}^P s_p(t) \quad (1)$$

Burada  $p$ . yayın  $s_p(t) = a_p(t)e^{j(2\pi f_p t)}$  ile ifade edilebilir olup  $f_p \leq F_{Nyq}/2$  yayının merkez frekansını,  $a_p(t)$  ise bu yayının taban bant sinyalini belirtmektedir. Taban bant sinyali  $\mathbb{S}_{ap}(t) \leq B$  koşulunu sağlamaktadır. Burada  $\mathbb{S}_g(t)$ ,  $g(t)$  sinyalinin bant genişliğini veren operatördür. Her yayın yukarıda tanımlanan alt bant frekansları cinsinden şu şekilde yazılabilir:

$$s_p(t) = a_{p-}(t)e^{j2\pi \lfloor f_p/B \rfloor Bt} + a_{p+}(t)e^{j2\pi \lceil f_p/B \rceil Bt}. \quad (2)$$

Burada  $\lfloor . \rfloor$  ve  $\lceil . \rceil$  argümanını sırasıyla kendinden küçük ve kendinden büyük en yakın tamsayıya yuvarlayan operatörlerdir. Her yayın için tanımlanan yeni taban bant sinyalleri  $a_{p-}(t)$  ve  $a_{p+}(t)$ ,  $\mathbb{S}_{ap-}(t) \leq B$ ,  $\mathbb{S}_{ap+}(t) \leq B$  koşullarını sağlayacaktır. Sonuçta  $x(t)$  sinyali

$$x(t) = \sum_{p=1}^P a_{p-}(t)e^{j2\pi k_{p-} Bt} + a_{p+}(t)e^{j2\pi k_{p+} Bt} \quad (3)$$

olarak yazılabilir. Burada  $k_{p-} = \lfloor f_p/B \rfloor$  ve  $k_{p+} = \lceil f_p/B \rceil$   $g(t)$  sinyalinin frekans bölgesindeki desteğinin içine düşüğü altbant indislerine karşılık gelmeyecektir ve frekans bölgesi bant genişliği  $B$  ile sınırlı olduğu için indis aralığı  $k_{p+} - k_{p-} = 1$  olmaktadır.

Gelen sinyal  $x(t)$ ,  $M$  adet kola bölünüp, her kol birbirinden farklı olan  $p_m(t)$ ,  $m = 1, 2, .., M$  sinyalleri ile çapılır. Bu sinyaller periyodik olup periyotları  $1/B$  saniyedir ve Fourier seri açılmış kullanarak  $p_m(t) = \sum_k c_{m,k} e^{j2\pi k Bt}$  olarak ifade edilebilirler. Burada  $c_{m,k}$ ,  $p_m(t)$ 'nin  $k$ . Fourier seri katsayısı belirtmektedir. Ayrıca  $p_m(t)$  gerçek olduğu için  $c_{m,-k} = c_{m,k}^*$  dir. Bu sinyallerin temsili spektrumları Şekil-1'de  $P_m(f)$  ile belirtilmiştir. Her kanalda alçak geçiren filtre öncesinde şu

sinyaller oluştur:

$$y_m(t) = x(t)p_m(t) = \sum_k c_{m,k} x(t)e^{j2\pi k Bt}. \quad (4)$$

(4)'e Fourier dönüşümü uygulandığında,

$$Y_m(f) = \sum_{k=-\hat{q}}^{\hat{q}} \sum_{p=1}^P c_{m,-k_{p+}-k} A_{p+}(f-kB) + c_{m,-k_{p-}-k} A_{p-}(f-kB) \quad (5)$$

elde edilir. Burada  $Y_m(f)$ ,  $A_{p+}(f)$  ve  $A_{p-}(f)$  sırasıyla  $y_m(t)$ ,  $a_{p+}(t)$  ve  $a_{p-}(t)$ 'nın Fourier dönüşümleridir. Her kanaldaki alçak geçiren filtrenin durdurma frekansı  $Bq/2$  Hz seçildiğinde, filtré çıkışında oluşan sinyal  $v_m(t)$ 'nin Fourier dönüşümü:

$$V_m(f) = \sum_{q'=-\hat{q}}^{\hat{q}} \sum_{p=1}^P c_{m,-k_{p+}-q'} A_{p+}(f-q'B) + c_{m,-k_{p-}-q'} A_{p-}(f-q'B) \quad (6)$$

olarak yazılabilir. Burada  $q$  her bir analog kanal çıkışında sayısal olarak oluşturulacak kanal sayısını ifade etmektedir [1] ve  $\hat{q} = (q-1)/2$  ile tanımlıdır.  $v_m(t)$  sinyali örneklemeye frekansı en az  $Bq$  Hz hızı ile örneklenliğinde

$$v_m(t_n) = \sum_{q'=-\hat{q}}^{\hat{q}} \sum_{p=1}^P c_{m,-k_{p+}-q'} a_{p+}(t_n) e^{j2\pi q' B t_n} + c_{m,-k_{p-}-q'} a_{p-}(t_n) e^{j2\pi q' B t_n}, \quad (7)$$

sayısal sinyali elde edilir. Burada  $t_n, n = 0, .., N-1$  örneklemme anlarını ifade etmekte olup  $|t_n - t_{n+1}| \leq 1/(Bq)$  dir. Her  $q' \in \{-\hat{q}, .., \hat{q}\}$  değeri için,  $v_m(t_n)$  sayısal sinyali  $e^{-j2\pi q' B t_n}$  ile çarpılıp merkez banda çekilerek, durdurma frekansı  $qB/2$  olan bir sayısal filtreden geçirildiğinde

$$z_{m,q'}(t_n) = \sum_{p=1}^P c_{m,-k_{p+}-q'} a_{p+}(t_n) + c_{m,-k_{p-}-q'} a_{p-}(t_n) \quad (8)$$

sayısal sinyalleri oluşur. Sonuçta  $M$  adet analog kanalı olan KGBÇ sisteminde  $q \times M$  kadar sayısal kanal elde edilir. Her bir kanaldan  $N$  kadar örnek toplandığında, toplanan örnekler

$$\mathbf{Z} = \mathbf{C}\mathbf{A} \quad (9)$$

ile ifade edilebilir. Burada,  $\mathbf{Z} \in \mathcal{C}^{Mq \times N}$  ve  $\mathbf{C} \in \mathcal{C}^{Mq \times (2L+1)}$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{1,-\hat{q}}(t_0) & z_{1,-\hat{q}}(t_1) & .. & z_{1,-\hat{q}}(t_{N-1}) \\ z_{1,-\hat{q}+1}(t_0) & z_{1,-\hat{q}+1}(t_1) & .. & z_{1,-\hat{q}+1}(t_{N-1}) \\ .. & .. & .. & .. \\ z_{M,\hat{q}}(t_0) & z_{M,\hat{q}}(t_1) & .. & z_{M,\hat{q}}(t_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1,-L-\hat{q}} & c_{1,-L+1-\hat{q}} & .. & c_{1,L-\hat{q}} \\ c_{1,-L-\hat{q}+1} & c_{1,-L+1-\hat{q}+1} & .. & c_{1,L-\hat{q}+1} \\ .. & .. & .. & .. \\ c_{M,-L+\hat{q}} & c_{M,-L+1+\hat{q}} & .. & c_{M,L+\hat{q}} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

ile tanımlıdır.  $\mathbf{A} \in \mathcal{C}^{(2L+1) \times N}$  matrisi,  $l_{p\pm} = L + 1 + k_{p\pm}$ ,  $p = 1, \dots, P$  numaralı satırlarında  $[a_{p\pm}(t_0), \dots, a_{p\pm}(t_{N-1})]$  yazan, diğer bütün elemanları 0 olan, grup seyrek bilinmeyen matrisidir. Amacımız ölçüm matrisi  $\mathbf{Z}$  ve sistem matrisi  $\mathbf{C}$  verildiğinde  $\mathbf{A}$  matrisinin 0 olmayan satırlarını tespit edilip kestirilmesidir.  $\mathbf{A}$ 'nın satır sayısı,  $\mathbf{Z}$ 'nin satır sayısından fazla olduğu için (9)'da verilen sistemin sonsuz adet çözümü vardır. Ancak  $\mathbf{A}$  matrisinin seyrek olduğu varsayımlı ile (9)'u sağlayan en seyrek  $\mathbf{A}$  matrisi kestirilebilir. Bu kestirim için literatürde yayılanmış birçok yöntem vardır [3], [4]. Bu yöntemler ile  $\mathbf{A}$ 'nın 0 olmayan satır numaraları  $\tilde{l}_{p\pm}$ ,  $p = 1, 2, \dots, P$  tespit edildiğinde, ortamdaki sinyallerin taban banda indirilmiş halleri  $\tilde{a}_{p\pm}(t_n)$ ,  $p=1, \dots, P$ ,  $n=0, \dots, N-1$  şu şekilde kestirilir:

$$\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{c}_{\tilde{l}_{1-}} \mathbf{c}_{\tilde{l}_{1+}} \dots \mathbf{c}_{\tilde{l}_{P-}} \mathbf{c}_{\tilde{l}_{P+}}]^\dagger \mathbf{Z}. \quad (12)$$

Burada  $\mathbf{C}$  matrisinin  $\tilde{l}_p$  numaralı sütunu  $\mathbf{c}_{\tilde{l}_p}$  ifade edilmiş olup  $\tilde{\mathbf{A}}$  matrisinin  $2p-1$  numaralı satırında  $\tilde{a}_{p-}(t_n)$ ,  $n=0, \dots, N-1$ ,  $2p$  numaralı satırında ise  $\tilde{a}_{p+}(t_n)$ ,  $n = 0, \dots, N-1$  yazmaktadır.  $(.)^\dagger$  sahte ters operatördür.

### III. KGBÇ ALT BANT EŞİTLEME İÇİN SAYISAL FİLTRE TASARIMI

Pratikte gerçekleşen sistemlerde analog düşük geçirgen filtre hiç bir zaman ideal olmayacağındır. Bu nedenle alt bantlardaki toplam filtre tepkisi  $H_{q'}(f) = H_A(f)H_D(f)$ ,  $q' = -\hat{q}, \dots, \hat{q}$  aynı olmayacağındır. Bunun sonucunda 9'da verilen doğrusal sistem direk olarak yazılmayacaktır. Alt bant frekans tepkilerini eşitlemek için tekrarlamalı olarak her alt bant için FIR filtreler oluşturulur bir yöntem önerilmektedir.  $i$  numaralı tekrarlamada en iyileme problemi aşağıdaki gibi tanımlayalım.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_{q'}^i &= \arg \min_{\mathbf{w}_{q'} \in \mathcal{C}^K, q' = -\hat{q}, \dots, \hat{q}} \nu \left( \sum_{k,l=-\hat{q}, \dots, \hat{q}} \int_{-F_s/2}^{F_s/2} |H_k(f)H_E(f; \mathbf{w}_k) \right. \\ &\quad \left. - H_l(f)H_E(f; \mathbf{w}_l)|^2 df \right) \\ &\quad + (1-\nu) \left( \sum_{q'=-\hat{q}-F_s/2}^{\hat{q}} \int_{-F_s/2}^{F_s/2} |H_{q'}(f)H_E(f; \mathbf{w}_{q'}) - M^i(f)|^2 df \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Burada  $K$  filtre uzunluğunu,  $\mathbf{w}_{q'} \in \mathcal{C}^K$  vektörü  $q'$  numaralı alt banta ait karmaşık filtre katsayılarını,  $M^i(f)$   $i$  numaralı tekrardaki filtre maskesini ve  $0 < \nu < 1$  ödünləşim parametresini göstermektedir. Ayrıca  $\mathbf{w}_{q'}$  katsayıları ile tanımlanan filtrenin frekans tepkisi  $H_E(f; \mathbf{w}_{q'}) = \mathbf{r}(f)^H \mathbf{w}_{q'}$  ile göster-

ilmektedir. Burada  $r(f) = [1e^{j2\pi f/F_s} \dots e^{j2\pi(K-1)f/F_s}]$  ile tanımlıdır. (13)'de verilen eniyileme probleminin ilk kısmında farklı alt bantlardaki enerji farkı küçültülmektedir. İkinci kısmında ise her bir alt bant filtresi ile filtre maskesi arasındaki enerji farkı küçültülmeye ile önemsiz (*trivial*) çözüm olan  $\mathbf{w}_{q'} = \mathbf{0}$ ,  $\forall q' = -\hat{q}, \dots, \hat{q}$  elde edilmesi engellenmektedir.

Gösterim biçimini basitleştirmek amacıyla eniyileme parametresi olan  $\mathbf{w}_{q'}, q' = -\hat{q}, \dots, \hat{q}$  pespeşe eklenerek tek bir eniyileme parametresi  $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_{-\hat{q}}^T, \dots, \mathbf{w}_{\hat{q}}^T]^T \in \mathcal{C}^{Kq}$  şeklinde tanımlanabilir. Ayrıca, alt bantları seçen köseleme matris  $\mathbf{S}_{q'} \in \mathcal{C}^{Kq \times Kq}$ ,  $q' = -\hat{q}, \dots, \hat{q}$   $(q'+\hat{q})K+1, \dots, (q'+\hat{q})K+K$   $(q'+\hat{q})K+1, \dots, (q'+\hat{q})K+K$  köşegen elemanları 1 ve kalan diğer elemanları 0 olacak şekilde tanımlanabilir. Son olarak  $\mathbf{x}_{k,l}(f)^H = H_k(f)\mathbf{r}(f)^H \mathbf{S}_k - H_l(f)\mathbf{r}(f)^H \mathbf{S}_l$  ve  $\mathbf{x}_{q'}(f) = H_{q'}(f)\mathbf{r}(f)^H \mathbf{S}_{q'}$  tanımlamaları yapılarsa, denklem (13)'da verilen eniyileme problemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}^i &= \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathcal{C}^{Kq}} \mathbf{w}^H \left[ \nu \sum_{k \neq l} \int_{-F_s/2}^{F_s/2} \mathbf{x}_{k,l}(f) \mathbf{x}_{k,l}(f)^H df \right] \mathbf{w} \\ &\quad + \mathbf{w}^H \left[ (1-\nu) \sum_{q'=-\hat{q}-F_s/2}^{\hat{q}} \int_{-F_s/2}^{F_s/2} \mathbf{x}_{q'}(f) \mathbf{x}_{q'}(f)^H df \right] \mathbf{w} \\ &\quad - \left[ (1-\nu) \sum_{q'=-\hat{q}-F_s/2}^{\hat{q}} \int_{-F_s/2}^{F_s/2} M^i(f)^* \mathbf{x}_{q'}(f) M^i(f)^H df \right] \mathbf{w} \\ &\quad - \mathbf{w}^H \left[ (1-\nu) \sum_{q'=-\hat{q}-F_s/2}^{\hat{q}} \int_{-F_s/2}^{F_s/2} \mathbf{x}_{q'}(f) M^i(f)^H df \right] \\ &\quad + q(1-\nu) \int_{-F_s/2}^{F_s/2} |M^i(f)|^2 df. \end{aligned} \quad (14)$$

(14)'de verilen maliyet fonksiyonu kısaca aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tilde{\mathbf{w}}^i = \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathcal{C}^{Kq}} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{w} - \mathbf{y}^i \mathbf{w} - \mathbf{w}^H \mathbf{y}^i + c^i, \quad (15)$$

(15) yazılrıñ (14)'de ilk iki köşeli parantez içerisinde bulunan ifadelerin toplamı  $\mathbf{X}$  olarak, dördüncü köşeli parantez içerisindeki ifade  $\mathbf{y}^i$  olarak ve son ifade ise  $c^i$  katsayıları olarak tanımlanmıştır. (15)'de verilen eniyileme probleminin maliyet fonksiyonu,  $\mathbf{X}$  matrisi kesin pozitif matris olduğu için içbükeydir ve problemi eniyileyen çözüm

$$\tilde{\mathbf{w}}^i = (\mathbf{X} \mathbf{X}^H)^{-1} \mathbf{X} \mathbf{y}^i. \quad (16)$$

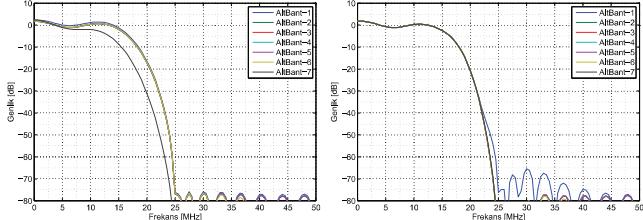
olarak hesaplanabilir.  $\tilde{\mathbf{w}}^i$  çözümü bulunduktan sonra her alt bant için filtre katsayıları  $\tilde{\mathbf{w}}_{q'}^i = \mathbf{S}_{q'} \tilde{\mathbf{w}}^i$ ,  $q' = -\hat{q}, \dots, \hat{q}$  şeklinde hesaplanabilir. Önerilen yöntem tekrarlamalı bir yöntem olduğu için ilkleme admımda filtre maskesi tüm alt bant filtre tepkilerinin ortalaması olarak belirlenmiştir:

$$M^0(f) = \sum_{q'=-\hat{q}}^{\hat{q}} H_{q'}(f)/q. \quad (17)$$

Tekrarlar sırasında yeni filtre katsayıları bulundukça maske

Tablo I: Kiplemeli geniş bant çevirici için benzetim parametreleri.

	Değer	Açıklama
$F_{Nyq}$	3000MHz	Sistem Nyquist frekansı
$M$	4	Analog kanal sayısı
$q$	7	Kanal genişletme faktörü
$B$	30 MHz	Alt bant kanal genişliği
$F_s$	250 MHz	Her analog kanaldaki örnekleme frekansı
$L$	50	30 MHz genişliğindeki alt bant sayısı
$T$	1200	Modellenen analog filtre uzunluğu



Şekil 2: Alt bant eşitleme öncesi (solda) ve sonrası (sağda) toplam frekans tepkileri.

aşağıdaki gibi güncellenebilir:

$$M^i(f) = \sum_{q'=-\hat{q}}^{\hat{q}} H_{q'}(f) H_E(f; \tilde{\mathbf{w}}_k^i) / q. \quad (18)$$

Bir kaç tekrarlama sonrasında filtre katsayıları yakınsamakta ve tekrarlamlar durdurulmaktadır.

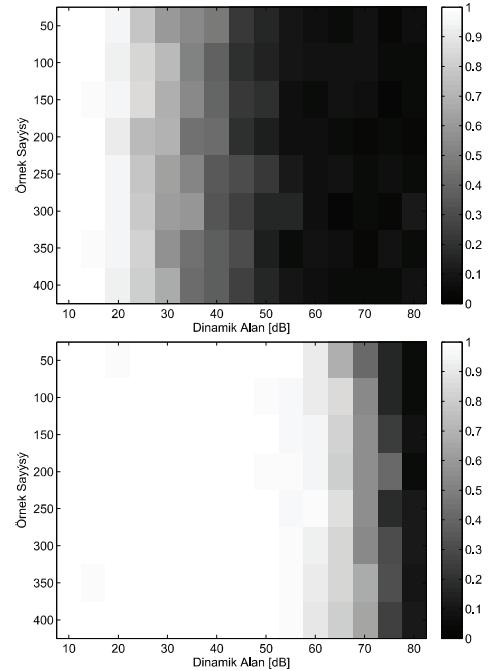
#### IV. BENZETİM SONUÇLARI

Önerilen alt bant eşitleme yönteminin KGBÇ dinamik alan performası üzerindeki etkisini görmek için Tablo-I'de verilen benzetim parametreleri ile benzetimler yapılmıştır. Alt bant eşitlemesini sağlamak amacıyla her biri 14 uzunluğunda olan 7 ayrı kompleks FIR filtre tasarlanmıştır. Şekil 2'de alt bant frekans tepkilerinin eşlenmeden önce ve sonraki durumları gösterilmektedir. Görüldüğü üzere, önerilen yöntem ile frekans tepkileri eşlenmektedir.

Önerilen yöntemin KGBÇ dinamik alanı üzerindekini etkisini gözlemek amacıyla aşağıda verilen iki tonlu işaret kullanılmıştır.

$$x(t) = a_1 \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + a_2 \cos(2\pi f_2 t + \phi_2) + n(t). \quad (19)$$

Burada,  $a_i$ ,  $f_i$ ,  $\phi_i$ ,  $i=1, 2$  sırasıyla sinyallerin genlik seviyeleri, merkez frekansları ve fazlarını göstermektedir.  $n^r(t)$  beyaz Gauss gürültüyü ifade etmektedir. Benzetimler sırasında ikinci sinüs dalgasına ait genlik seviyesi ( $a_2$ ) 50 ohm diferenç üzerindeki gücü -70 dBm olacak şekilde sabitlenmiştir. Gürültü gücü ADC (125 MHz bant genişliğinde) sonrasında -90 dBm olarak hesaplanmıştır. Gelen sinyal 4 ayrı kanala bölündüğü için, ikinci sinüs dalgasının ADC çıkışında görülen SNR değeri 14 dB ( $20 - 10 \log_{10}(4)$ ) civarında olmaktadır.  $a_1 > a_2$  varsayımlı ile  $x(t)$  dinamik alanını  $DA = 20 \log_{10}(a_1/\sqrt{2}) - 20 \log_{10}(a_2/\sqrt{2})$  olarak tanımlanmaktadır. Analizler sırasında verilen bir dinamik alan değeri ve verilen bir örnek sayısı için 1000 adet Monte-Carlo analizi yapılmıştır. Her analizde  $\phi_1, \phi_2$  fazları  $[0, 2\pi]$  aralığında değişen tek biçimli dağılım;  $f_1$  and  $f_2$  değerleri ise  $[0, F_{Nyq}/2]$  aralığında değişen tek biçimli dağılıma göre oluşturulmuştur. Daha sonra (7) çözümlerek sinyal destek bölgesi bulunmuştur. Bulunan alt bant indislerinin  $\lceil f_1/B \rceil + L$  ve  $\lceil f_2/B \rceil + L$  olması durumunda doğru sinyal destek bölgelerinin bulunduğu kabul edilmiştir. Şekil 3'de, doğru frekans bulma olasılıkları dinamik



Şekil 3: Alt bant eşitleme öncesi (yukarıda) ve sonrası (aşağıda), KGBÇ sisteminin dinamik alan ve toplanan örnek sayısına göre, gelen sinyalin doğru frekans destek bölgelerini bulma olasılığı.

alana ve örnek sayısına bağlı olarak gösterilmiştir. Şekillerden gözlenebileceği üzere, alt bant eşitlemesi yapılmadığı durumda dinamik alan 20 dB ile kısıtlı ve pratikte kullanımına engel olmaktadır. Fakat önerilen yöntem ile alt bant frekans tepkilerinin eşitlenmesi durumunda sistem tarafından ulaşılabilen dinamik alan 55 dB'ye ulaşmaktadır.

#### V. DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada, KGBÇ sistemi için alt bant frekans tepkilerini eşitleyen tekrarlamalı bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem, filtre tasarım problemini en az kareler yöntemi ile modellemekte ve tekrarlamalı olarak alt bantları eşitleyen filtre katsayılarını tüm alt bantlar için hesaplamaktadır. Bilgisayar benzetimleri, önerilen yöntemin alt bant frekans tepkilerini başarılı bir şekilde eşitlediğini ve KGBÇ dinamik alanını önemli ölçüde iyileştirdiğini göstermiştir.

#### KAYNAKÇA

- [1] M. Mishali and Y. Eldar, *From Theory to Practice: Sub-Nyquist Sampling of Sparse Wideband Analog Signals*, IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 4, no. 2, 2010.
- [2] M. Mishali, Y. Eldar, O. Doumaevsky, E. Shoshan *Xampling: Analog to digital at sub-Nyquist rates*, IET Circuits, Devises & Systems, vol. 5, no. 1, 2011.
- [3] S. Cotter, B. Rao, K. Engan, K. Delgado, *Sparse Solutions to Linear Inverse Problems With Multiple Measurement Vectors*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 53, no. 7, 2005.
- [4] J. Tropp, A. Gilbert, *Simultaneous Greedy Approximations via Greedy Pursuit*, ICASSP 2005.
- [5] J. Tropp, A. Gilbert, *Blind Multiband Signal reconstruction: Compressed Sensing For Analog Signals*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 3, 2009.