

Elektronik Destek Sistemlerinde Darbe Entegrasyonu ile SNR Artırımı

SNR Improvement in Electronic Support Measures Systems via Pulse Integration

Gökhan Gök^{†,‡}, Yaşar Kemal Alp[†]

[†]Radar, Elektronik Harp ve İstihbarat Sistemleri, ASELSAN A.Ş., Ankara, Türkiye

[‡]Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye

{ggok,ykalp}@aselsan.com.tr

Özetçe —EDS’erde (Elektronik Destek Sistemleri) darbeler üzerindeki istemli ya da istemsiz modülasyonların tespit edilebilmesi için yüksek SNR'a ihtiyaç duyulmaktadır. Aynı radardan toplanan darbeler entegre edilerek SNR artırlabılır. Ancak başarılı darbe entegrasyonun yapılabilmesi için darbelerin zamanda hassas olarak hizalanması gerekmektedir. Bu çalışmada, darbeler arasındaki zaman kaymalarını yüksek doğruluk ve çözünürlük ile kestiren yeni bir yöntem önerilmiştir. Sentetik ve gerçek veri kümeleri üzerinde yapılan deneyler, önerilen yöntemin yüksek başarım ile darbeleri zamanda hizalayabildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler—EDS, darbe, darbe hizalama, darbe entegrasyonu.

Abstract—In ESM (Electronic Support Measures) systems, detection of intentional or unintentional modulation on pulses requires high SNR. By integrating the collected pulses emitted from the radar, SNR can be increased. For utilizing pulse integration, all the pulses should be aligned in time very accurately. In this work, we propose a new method, which estimates the time shifts between the pulses with very high accuracy and resolution. Experiments on both synthetic and real data sets show that proposed method aligns the radar pulses very successfully.

Keywords—ESM, pulse, pulse alignment, pulse integration.

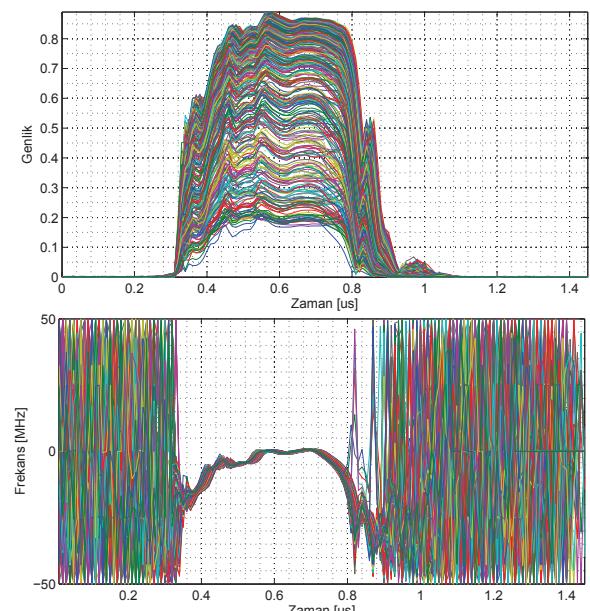
I. GİRİŞ

EDS’erde, aynı radardan gelen, aynı frekansa ve PW (Pulse Width: Darbe Genişliği) değerine sahip darbelerin üzerindeki istemli ya da istemsiz modülasyonların tespit edilebilmesi için, sayısal bir almaç tarafından toplanan darbeçi IQ (Inphase-Quadrature) veride yüksek SNR olması gerekmektedir. Yayın yapan radarın çıkış gücü, anten örtüsü, anten dönüş periyodu, EDS’ye olan mesafesi, vb. gibi sebeplerden dolayı tipik bir elektronik harp senaryosunda toplanan darbelerdeki SNR oranı tek bir darbe üzerinden darbe içi analiz yapmak için yeterli değildir.

Bu çalışmada aynı radardan gelen, aynı frekans ve PW değerine sahip darbeleri entegre ederek, SNR’ı artırmayı sağlayan yeni bir yöntem önerilmiştir. Toplanan darbelerin entegre edilebilmesi için öncelikle zamanda hassas (almacın örnekleme çözünürlüğünün altında) olarak hizalanması gerekmektedir.

Darbeler arasındaki zaman kaymasını kestirmek için iki aşamalı bir yöntem izlenmiştir. İlk aşamada, kayma miktarı almacın örnekleme çözünürlük seviyesinde kabaca kestirilmiştir. İkinci aşamada ise, toplanan darbe içi veri kübik splinelar ile sürekli bir fonksiyonun ayrık zamanlardaki örnekleri olarak modellenerek, kayma miktarı örnekleme çözünürlüğün altında sürekli (*continuous*) bir grid üzerinde, hassas olarak kestirilmiştir. Sentetik veriler ile yapılan deneylerde önerilen yöntemin yüksek doğruluk ile darbeler arasındaki kayma miktarını kestirebildiği gözlemlenmiştir. Ayrıca önerilen yöntem, gerçek radar verileri üzerinde çalıştırılmış, bu darbeleri de yüksek hassasiyet ile zamanda hizalayabildiği görülmüştür.

Makalede, 2. Bölümde problem formülasyonu yapılmış, önerilen yöntem 3. Bölümde anlatılmıştır. 4. Bölümde ise benzetim sonuçları verilmiştir.



Şekil 1: Aynı radara ait 317 adet darbenin anlık genlik (yukarıda) ve anlık frekans (aşağıda) grafikleri.

II. PROBLEM FORMÜLASYONU

Aynı radardan gelen frekans, PW parametreleri aynı olan N_p adet radar darbesini $g_p(t), p = 1, 2, \dots, N_p$ ile gösterelim. Örnekleme frekansi F_s Hz olan bir sayısal almaca yapısı ile kaydedilen darbe içi verinin karmaşık IQ örnekleri

$$g_p(t_n) = a_p(t_n)e^{j\phi_p(t_n)} + z_p(n), \quad n = 1, 2, \dots, N_s, \quad (1)$$

ile ifade edilebilir. Burada t_n , n. örnekleme anını; N_s , her darbedeki örnek sayısını; $z_p(n)$, 0 ortalamalı ve σ_z standart sapmasına sahip dairesel simetrik Gauss gürültüsünü; $a_p(t_n)$ ve $\phi_p(t_n)$ ise p . darbenin sırasıyla anlık genlik ve anlık faz verisini ifade etmektedir. Şekil-1'de gerçek bir radar kaydına ait olan $N_p = 317$ adet darbenin anlık genlik ve $f_p(t_n) = (\phi_p(t_n) - \phi_p(t_{n-1}))F_s/(2\pi)$ ile tanımlı anlık frekans grafiği verilmiştir. Görüldüğü üzere, üst üste çizdirilmiş darbelerin anlık frekans eğitileri herhangi bir t_n anında saçılım göstermektedir. Almaca tarafından toplanan tüm darbeler, darbe çıkış anına göre hizalanmış olsa da, bu darbelerin entegre edilebilmesi için almacın örnekleme çözünürlüğünün altında, hassas olarak zamanda hizalanması, hizalandıktan sonra da darbeler arasındaki faz ofsetlerinin kaldırılması gerekmektedir. Her bir darbeyi aşağıdaki gibi modelleyelim:

$$g_p(t_n) = c_p g_r(t_n - \tau_p) + z_p(n). \quad (2)$$

Burada c_p ve τ_p , p . darbenin sırasıyla referans alınan darbe $g_r(t_n)$ 'ye göre genlik/faz ofsetini kontrol eden karmaşık sayısını ve zamandaki kayma miktarını ifade etmektedir. Her bir darbe için seçilen referans darbeye göre karmaşık katsayı \hat{c}_p ve kayma miktarı $\hat{\tau}_p$ kestirildikten sonra, entegre edilmiş darbe

$$\hat{g}(t_n) = \frac{1}{N_p} \sum_{p=1}^{N_p} g_p(t_n + \hat{\tau}_p) e^{-j\angle \hat{c}_p} \quad (3)$$

ile hesaplanır. Burada $\angle(\cdot)$ operatörü argümanın fazını ve ren fonksiyonu belirtmektedir. Tüm kaymaların ve karmaşık katsayıların doğru olarak kestirildiği durumda, entegre edilmiş darbedeki gürültünün standart sapması ise σ_z/N_p olacaktır. Dolayısıyla toplanan tüm darbelerin genliklerinin eşit olduğu durumda entegre edilmiş darbedeki SNR $20 \log_{10} N_p$ dB artmış olacaktır. Bir sonraki bölümde darbeler arasındaki zaman kaymalarının (τ_p) ve karmaşık katsayıların (c_p) nasıl kestirileceği anlatılacaktır.

III. ÖNERİLEN KESTİRİM YÖNTEMİ

Zaman kayması ve faz ofseti kestirimde, işlem karmaşıklığını azaltmak için darbedeki örneklerin tamamını değil, belirli bit t_k anından itibaren K adet örneği kullanalım. $r \in \{1, 2, \dots, N_p\}$ numaralı darbeyi referans darbe olarak seçelim ve bu darbenin kullanacağımız örneklerini $\mathbf{y}_{k,K} = [g_r(t_k), g_r(t_{k+1}), \dots, g_r(t_{k+K-1})]^T$ vektörü ile belirtelim. Benzer şekilde referans darbeye göre zaman kaymasını ve faz ofsetini kestireceğimiz p . darbeye ait olan ölçümleri $\mathbf{x}_{k,K} = [g_p(t_k), g_p(t_{k+1}), \dots, g_p(t_{k+K-1})]^T$ ile ifade edelim. Bu iki darbe arasındaki zaman kayması ve genlik/faz ofsetini kestirmek için aşağıdaki maliyet fonksiyonunun $\tau \in \mathcal{R}$ ve $c \in \mathcal{C}$ üzerinden enküçültülmesi gerekmektedir:

$$f_{\tau,c}(\tau, c) = \|\mathbf{y}_{k,K} - c\mathbf{x}_{k,K}(\tau)\|_{l_2}^2. \quad (4)$$

Burada $\mathbf{x}_{k,K}(\tau) = [g_p(t_k + \tau), g_p(t_{k+1} + \tau), \dots, g_p(t_{k+K-1} + \tau)]^T$ ile tanımlıdır. $\|\cdot\|_{l_2}$ operatörü ise argümanın l_2 normunu hesaplayan fonksiyonu belirtmektedir. Zaman kayması τ 'nın bilindiği durumlarda, c parametresi $\mathbf{x}_{k,K}(\tau)$ ile doğrusal ol-

duğu için, c 'nin optimal değeri

$$c(\tau) = (\mathbf{x}_{k,K}(\tau)^H \mathbf{x}_{k,K}(\tau))^{-1} \mathbf{x}_{k,K}(\tau)^H \mathbf{y}_{k,K} \quad (5)$$

ile kestirilir. Dolayısı ile (4)'de verilen iki parametreli maliyet fonksiyonu

$$f_\tau(\tau) = \|\mathbf{y}_{k,K} - c(\tau)\mathbf{x}_{k,K}(\tau)\|^2 \quad (6)$$

şeklinde tek parametreli olarak yazılabilir. (6)'da verilen maliyet fonksiyonu dışbukey değildir ve maliyet yüzeyinde birçok lokal minimum bulunmaktadır. τ 'nın gurbüz bir şekilde kestirilebilmesi için Kaba Kestirim ve Hassas Kestirim olmak üzere iki aşamalı bir kestirim yöntemi önermektedir. Öncelikle kayma parametresini

$$\tau = (\zeta + \gamma)/F_s \quad (7)$$

şeklinde yazalım. Burada $\zeta \in \mathcal{Z}$, τ 'nın kendinden küçük en yakın tamsayıya yuvarlanmış halini ($\zeta = \lfloor \tau \rfloor$), $\gamma \in \mathcal{R}$ ise kalan kısmı ifade etmektedir ($0 < \gamma < 1$). İlk aşamada, (6)'da verilen maliyet fonksiyonu örnekleme frekansı çözünürlüğündeki grid üzerinde hesaplanarak ζ kestirilecek, ikinci aşamada ise maliyet fonksiyonu sürekli bir fonksiyon olarak modellenerek γ hassas olarak kestirilecektir. Aşağıdaki alt bölgümlerde önerilen kaba ve hassas kestirim yöntemleri detaylandırılacaktır.

A. Kaba Kestirim Yöntemi

(7)'de verilen ζ parametresini kestirmek için (6)'da verilen maliyet fonksiyonunu şu şekilde yazalım:

$$f_\zeta(\zeta) \equiv -2\text{Re}\{c(\zeta)\mathbf{y}_{k,K}^H \mathbf{x}_{k,K}(\zeta)\} + |c(\zeta)|^2 \|\mathbf{x}_{k,K}(\zeta)\|^2 \quad (8)$$

Burada $c(\zeta)$ (5)'de tanımlandığı gibi olup, $\zeta \in \mathcal{Z}$ olduğu için $\mathbf{x}_{k,K}(\zeta) = \mathbf{x}_{k+\zeta,K}$ 'dır. Alماçtan gelen darbeler darbe çıkış zamanlarına göre kabaca hizalanmış olduğu için, (8)'de verilen maliyet fonksiyonunun, $\kappa = 5$ olarak seçilerek $\mathcal{Z}' = \{-\kappa, -\kappa+1, \dots, \kappa\}$ ile tanımlı küçük bir uzayda enküçültülmesi yeterli olacaktır. (8)'deki maliyet fonksiyonunu enküçültlen $\bar{\zeta}$ bulunduğuunda, (7)'de verilen ζ

$$\hat{\zeta} = \lambda(\bar{\zeta}) = \begin{cases} \bar{\zeta} - 1 & \text{if } f_\zeta(\bar{\zeta} - 1) \leq f_\zeta(\bar{\zeta} + 1), \\ \bar{\zeta} & \text{if } f_\zeta(\bar{\zeta} - 1) > f_\zeta(\bar{\zeta} + 1). \end{cases} \quad (9)$$

olarak kestirilir.

B. Hassas Kestirim Yöntemi

Kaba kestirim yöntemi ile (7)'de verilen ζ kestirildikten sonra, γ 'yı kestirmek için

$$f_\gamma(\gamma) = -2\text{Re}\{c(\gamma)\mathbf{y}_{\hat{k},K}^H \mathbf{x}_{\hat{k},K}(\gamma)\} + |c(\gamma)|^2 \|\mathbf{x}_{\hat{k},K}(\gamma)\|^2 \quad (10)$$

maliyet fonksiyonunun $\gamma \in (0, 1)$ üzerinden enküçültülmesi gerekmektedir. Burada $c(\gamma)$ (5)'de tanımlandığı gibidir. $\hat{k} = k + \zeta$ olup $\mathbf{x}_{\hat{k},K}(\gamma) = [g_p(t_{\hat{k}} + \gamma), g_p(t_{\hat{k}+1} + \gamma), \dots, g_p(t_{\hat{k}+K-1} + \gamma)]^T$ ile tanımlıdır. Ölçüm gridi üzerinde olmayan $\mathbf{x}_{\hat{k},K}(\gamma)$ vektörünü hesaplayabilmek için bu vektörü sürekli bir fonksiyonun ayrık zamanlarda toplanmış örnekleri olarak modellenecek gerekmektedir. Bu çalışmada ölçüm örneklerini modellenecek için kübik spline fonksiyonları kullanılmıştır [2]. Notasyonu basitleştirmek adına $\hat{\mathbf{x}} = [g_p(t_{\hat{k}}), g_p(t_{\hat{k}+1}), \dots, g_p(t_{\hat{k}+K})]^T$ şeklinde tanımlayalım ve $\hat{\mathbf{x}}$ vektörünü $t_{\hat{k}} \leq t \leq t_{\hat{k}+K}$ aralığında aşağıdaki sürekli fonksiyonun ayrık zamanlardaki örnekleri olarak modelleyelim:

$$s_{\hat{x},n}(\gamma) = a_n + b_n \gamma + c_n \gamma^2 + d_n \gamma^3 \quad n = 1, 2, \dots, K. \quad (11)$$

Burada $\gamma \in [0, 1]$ 'dır. Spline parametreleri a_n, b_n, c_n, d_n 'nin bulunması için aşağıdaki doğrusal sistemin çözümü gereklidir:

mektedir [2]:

$$\mathbf{A}\mathbf{h} = \mathbf{v} \quad (12)$$

Buradaki $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{(K+1) \times (K+1)}$ matrisi, $\mathbf{h} \in \mathcal{R}^{K+1}$ ve $\mathbf{v} \in \mathcal{R}^{K+1}$ vektörleri

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & .. & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & .. & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & .. & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & .. & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & .. & 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3(\hat{\mathbf{x}}_2 - \hat{\mathbf{x}}_1) \\ 3(\hat{\mathbf{x}}_3 - \hat{\mathbf{x}}_1) \\ 3(\hat{\mathbf{x}}_4 - \hat{\mathbf{x}}_2) \\ \vdots \\ 3(\hat{\mathbf{x}}_{K+1} - \hat{\mathbf{x}}_{K-1}) \\ 3(\hat{\mathbf{x}}_{K+1} - \hat{\mathbf{x}}_K) \end{bmatrix} \quad (13)$$

ile tanımlıdır. Burada $\hat{\mathbf{x}}_i$, $\hat{\mathbf{x}}$ vektörünün i . elemanını belirtmektedir. (13)'de verilen \mathbf{A} matrisi üç köşegenli (*tridiagonal*) matris olduğu için, $\mathcal{O}(K+1)$ işlem karmaşıklığında Thomas Algoritması ile hızlıca çözülebilir [1]. (13) çözülerek \mathbf{h} vektörü hesaplandığında, spline parametreleri

$$\begin{aligned} a_n &= \hat{\mathbf{x}}_n, \\ b_n &= \mathbf{h}_n, \\ c_n &= 3(\hat{\mathbf{x}}_{n+1} - \hat{\mathbf{x}}_n) - 2\mathbf{h}_n - \mathbf{h}_{n+1}, \\ d_n &= 2(\hat{\mathbf{x}}_n - \hat{\mathbf{x}}_{n+1}) + \mathbf{h}_n + \mathbf{h}_{n+1}, \end{aligned} \quad (14)$$

ile hesaplanır [2]. Bu parametrelerle $\mathbf{B} \in \mathcal{R}^{K \times 4}$ matrisi

$$\mathbf{B}_{\hat{k},K} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ \vdots & & & \\ a_K & b_K & c_K & d_K \end{bmatrix} \quad (15)$$

şeklinde doldurulduğunda, herhangi bir γ değeri için (10)'de tanımlanmış olan $\mathbf{x}_{\hat{k},K}(\gamma)$ vektörü

$$\mathbf{x}_{\hat{k},K}(\gamma) = \mathbf{B}_{\hat{k},K}\gamma \quad (16)$$

ile hesaplanır. Burada $\gamma = [1, \gamma, \gamma^2, \gamma^3]^T$ ile tanımlıdır. (16)'daki ifade (10)'da yerine konulduğunda, en küçültülmesi gereken maliyet fonksiyonu

$$f_\gamma(\gamma) = -2\text{Re}\{c(\gamma)\mathbf{y}_{k,K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \gamma\} + |c(\gamma)|^2 \|\mathbf{B}_{\hat{k},K} \gamma\|^2 \quad (17)$$

olarak yazılır. (17)'de verilen maliyet fonksiyonun local lokal minimum noktasını bulabilmek için, $f_\gamma(\gamma)$ 'nın gradyanının 0 olduğu γ değeri bulunmalıdır. Literatürde bunu yapabilmek için birçok yöntem vardır. Bu çalışmada lokal minimum noktasına hızlı yakınsaması ve en iyileme uzayımızın bir boyutlu olması nedeni ile de işlem karmaşıklığı az olan Newton-Raphson algoritması kullanılmıştır [3]. Newton-Raphson algoritması iterasyonları sırasında maliyet fonksiyonun birinci ve ikinci dereceden türevlerine ihtiyaç duymaktadır. Bu türevleri hesaplamak için maliyet fonksiyonu şu şekilde tanımlayalım:

$$f'_\gamma(\gamma) = \mathbf{y}_{k,K}^H \mathbf{y}_{k,K} - 2\text{Re}\{c(\gamma)p(\gamma)\} + g(\gamma)q(\gamma). \quad (18)$$

Burada $p(\gamma) = \mathbf{y}_{k,K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \gamma$, $q(\gamma) = \gamma^T \mathbf{B}_{\hat{k},K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \gamma$ ve $g(\gamma) = |c(\gamma)|^2$ ile tanımlıdır. Bu tanımlamalar kullanılarak $f_\gamma(\gamma)$ 'nın birinci ve ikinci dereceden türevleri şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} f'_\gamma(\gamma) &= -2\text{Re}\{c'(\gamma)p(\gamma) + c(\gamma)p'(\gamma)\} \\ f''_\gamma(\gamma) &= -2\text{Re}\{c''(\gamma)p(\gamma) + 2c'(\gamma)p'(\gamma) + c(\gamma)p''(\gamma)\} \\ &\quad + g''(\gamma)q(\gamma) + 2g'(\gamma)q'(\gamma) + g(\gamma)q''(\gamma). \end{aligned} \quad (19)$$

Burada

$$p'(\gamma) = \mathbf{y}_{k,K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \mathbf{D} \gamma \quad (20)$$

$$p''(\gamma) = \mathbf{y}_{k,K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \mathbf{D}^2 \gamma \quad (21)$$

$$q'(\gamma) = \gamma^T (\mathbf{D}^T \mathbf{B}_{\hat{k},K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} + \mathbf{B}_{\hat{k},K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \mathbf{D}) \gamma \quad (22)$$

$$\begin{aligned} q''(\gamma) &= \gamma^T \left((\mathbf{D}^T)^2 \mathbf{B}_{\hat{k},K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} + 2\mathbf{D}^T \mathbf{B}_{\hat{k},K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \mathbf{D} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{B}_{\hat{k},K}^H \mathbf{B}_{\hat{k},K} \mathbf{D}^2 \right) \gamma \end{aligned} \quad (23)$$

ile tanımlıdır. $p(\gamma)$ ve $q(\gamma)$ fonksiyonları kullanılanlarak $c(\gamma)$ fonksiyonu $c(\gamma) = p^*(\gamma)/q(\gamma)$ olarak yazılabilir. Burada $(.)^*$ argümanın karmaşık eşlenigini veren operatördür. $c(\gamma)$ 'nun birinci ve ikinci dereceden türevleri

$$c'(\gamma) = \frac{p^*(\gamma)}{q(\gamma)} + \frac{q'(\gamma)p^*(\gamma)}{q(\gamma)^2}, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} c''(\gamma) &= \frac{p''^*(\gamma)}{q(\gamma)} + \frac{q'(\gamma)p'^*(\gamma)}{q(\gamma)^2} + \frac{q''(\gamma)p^*(\gamma) + p'^*(\gamma)q'(\gamma)}{q(\gamma)^2} \\ &\quad + 2 \frac{(q'(\gamma))^2 p^*(\gamma)}{q(\gamma)^3} \end{aligned} \quad (25)$$

ile hesaplanır. $g(\gamma)$ fonksiyonun türevleri ise $c'(\gamma)$ ve $c''(\gamma)$ kullanılarak

$$g'(\gamma) = 2\text{Re}\{c'(\gamma)c^*(\gamma)\} \quad (26)$$

$$g''(\gamma) = 2\text{Re}\{c''(\gamma)c^*(\gamma)\} + |c'(\gamma)|^2 \quad (27)$$

şeklinde bulunur. (8)'nin enküçültülmesi ile elde edilen kaba kayma miktarı $\hat{\zeta}$ ve (10)'nin enküçültülmesi ile kestirilen hassas kayma miktarı $\hat{\gamma}$ bulunduktan sonra, iki darbe arasındaki kayma miktarı

$$\hat{\tau} = \hat{\gamma} + \hat{\zeta} \quad (28)$$

olarak hesaplanır. Önerilen yöntemin tamamı Algorithm-1'de özetlenmiştir.

Darbeler arasındaki kaymalar kestirildikten sonra, darbe entegrasyonu için (3)'de verildiği şekilde her darbenin o darbe için kestirilen kayma miktarı kadar zamada kaydırılması gerekmektedir. Bu kaydırma işlemi darbeye FDF(*Fractional Delay Filter*: Kesirsel Kaydırma Filtresi) uygulanarak yapılabilir. Literatürde birçok FDF tasarım yöntemi var. Bu çalışmada uygulandığı sinyali $0.001/F_s$ çözünürlüğünde zamanda kaydırabilen Lagrange tabanlı FDF'ler kullanılmıştır [4].

IV. BENZETİM SONUÇLARI

Önerilen arbeler arası zaman kayması kestirim yönteminin performansını ölçmek için aşağıdaki darbe modelini kullandık:

$$g(t - \tau) = Aa(t - \tau)e^{j\phi(t - \tau)} + z(t), \quad (29)$$

Burada A darbenin genliğini; $z(t)$ ortalaması 0 ve standart sapması σ_z olan karmaşık, dairesel simetrik beyaz Gauss gürültüsünü; ϕ_0 , darbenin faz ofsetini; $a(t)$ ise darbenin zaman zarfı ifade eden dikdörtgensel fonksiyonu ifade etmektedir. $\phi(t)$ ise $\phi(t) = \int_{-\infty}^t f_g(\hat{t})d\hat{t} + \phi_0$ ile tanımlı, faz ofseti ϕ_0 olan anlık fazı belirtmektedir. Darbenin anlık frekansı ise bant genişliği B_g MHz, frekans değiştirme periyodu T_g us olan $f_g(t) = 0.5B_g \cos(2\pi t/T_g)$ ile tanımlı sinyalidir. Darbenin SNR seviyesi ise $20 \log_{10}(A/\sigma_2)$ olarak tanımlanmıştır. Yapılan benzetimlerde $T_g = 1$ us, örnekleme frekansı ise $F_s = 100$ MHz olarak seçilmiştir. Farklı B_g (1MHz, 2MHz,...,64MHz) ve SNR (20dB, 25dB,...,140dB) değerleri için benzetimler tekrarlanmıştır. Her B_g ve SNR kombinasyonu için 10000 adet Monte-Carlo iterasyonu yapılmıştır. Her iterasyonda referans darbenin kayma miktarı $\tau = 0$, bu darbeye göre hizalanacak darbenin kayma miktarı $\tau \in [-5, 5]$ aralığından, bu iki darbe arasındaki faz ofseti ise $\phi_0 \in [-\pi, \pi]$ aralığından tekbiçimli rastgele olarak seçilmiştir. Önerilen yöntem kestirilen kayma miktarı $\hat{\tau}$

Algorithm 1 Önerilen Kestirim Yöntemi

```

1: //Girdiler:  $\{g_r(t_n), g_p(t_n); n = 1, 2, \dots, N_s\}, k, K$ 
2: //Çıktılar:  $\hat{\tau}, \hat{\zeta}, \hat{\gamma}$ 
3: //Sabitler:  $\kappa = 5, \delta_\epsilon = 10^{-6}, i_{max} = 10$ 
4: //Başlangıç Atamaları:  $i = 0, \zeta = 0, \hat{\gamma} = 0.5, \delta = 1$ 
5: //Kaba Hızalama
6: for  $\zeta = -\kappa : \kappa$  do
7:   if  $f_\zeta(\zeta) < f_\zeta(\hat{\zeta})$  then
8:      $\hat{\zeta} = \zeta$ 
9:   end if
10: end for
11:  $\hat{\zeta} = \lambda(\bar{\zeta})$ 
12: //Hassas Hızalama: Newton-Raphson Döngüsü
13: while  $i \leq i_{max}$  ve  $|\delta| > \delta_\epsilon$  do
14:    $\delta = -f'_\gamma(\hat{\gamma})/f''_\gamma(\hat{\gamma})$ 
15:   if  $|\delta| > 0.5$  then
16:      $\delta = 0.5\text{sign}(\delta)/|\delta|$ 
17:   end if
18:    $\hat{\gamma} = \hat{\gamma} + \delta^i$ 
19:   if  $\hat{\gamma} \geq 1$  then
20:      $\hat{\gamma} = 1$ 
21:   end if
22:   if  $\hat{\gamma} \leq 0$  then
23:      $\hat{\gamma} = 0$ 
24:   end if
25:    $i = i + 1$ 
26: end while
27:  $\hat{\tau} = \hat{\zeta} + \hat{\gamma}$ 

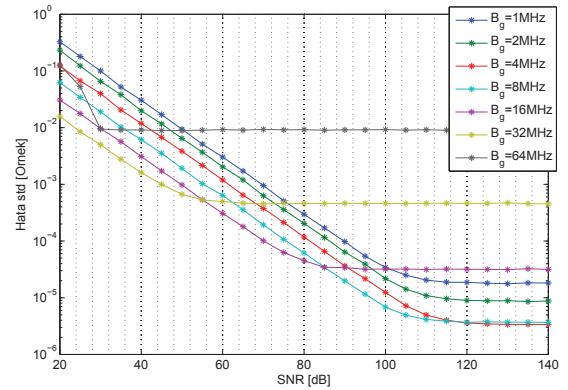
```

ile gerçek kayma miktarı τ arasındaki hatanın standart sapması 10000 iterasyon üzerinden hesaplanmıştır. Sonuçlar Şekil-2'de verilmiştir. 100dB SNR sonrasında, SNR arttıkça kestirim hatasında bir azalmanın olmaması hassas kestirim sırasında kullanılan kübik spline fonksiyonlarının toplanan ayrık veriye uyma hatasından kaynaklanmaktadır. Darbe içindeki frekans modülasyonun artması ile kestirim performansı iyileşmektedir. Ancak 8MHz'den sonra ise kestirim performansının düştüğü gözlenmektedir. Bu sonuç ise yine hassas kestirim sırasında kullanılan kübik spline fonksiyonlarının hızlı değişen veriye uymakta yetersizleşmesi ile açıklanabilir.

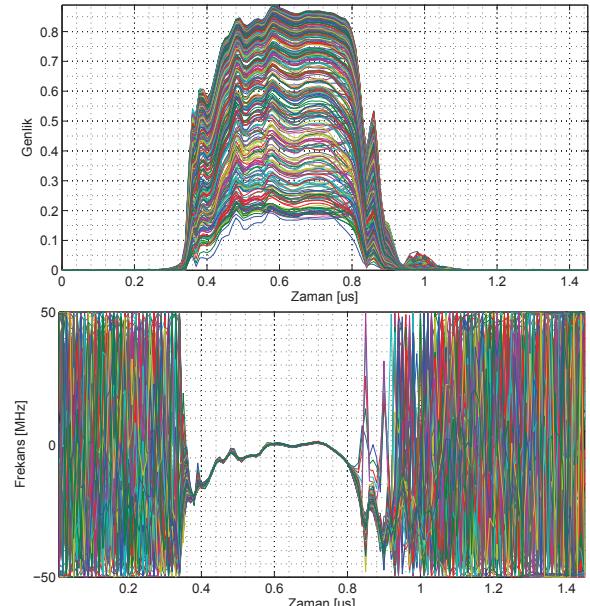
Önerilen yöntemin performansı gerçek radar verisinde de denenmiştir. Şekil-1'de verilen drebeler arasındaki kayma miktarları kestirilmiş ve drebeler 0.001 örnek çözünürlüğe sahip FDF'ler ile kaydırılarak zamanda hizalanmıştır. Hizalanınan drebelerin anlık genlik ve anlık frekans grafikleri Şekil-2'de verilmiştir. Şekil-4'de ise bu drebelerin 0.4us ve 0.8us aralığındaki anlık frekans eğrilerinin hizalama öncesi (mavi) ve hizalama sonrası (kırmızı) ile drebeler üzerinden standard sapması verimiştir. Görüldüğü üzere, hizalama öncesi drebelerin anlık frekansları arasındaki standart sapma 1MHz'in üzerinde iken hizalama sonrasında tüm frekans değerleri için 0.2 MHz'in altına düşürülmüştür. Bu da önerilen yöntemin gerçek radar verileri üzerinde de başarılı bir şekilde çalıştığını göstermektedir.

KAYNAKLAR

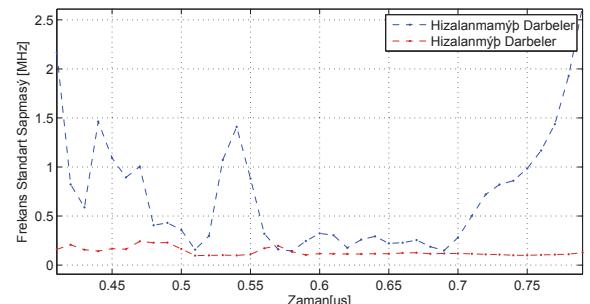
- [1] L. H. Thomas, "Elliptic Problems in Linear Differential Equations over a Network", Watson Sci. Comput. Lab Report, Columbia University, Newyork, 1949.



Şekil 2: SNR ve darbe içindeki frekans değişimine göre önerilen kayma kestirim yönteminin performansı.



Şekil 3: Şekil-1'de verilen drebelerin önerilen yöntem ile hizalanmış halleri.



Şekil 4: Şekil-1'de verilen drebelerin önerilen yöntem ile hizalanmış halleri.

- [2] R. H. Bartels, J. C. Beaty, B. A. Barsky, "Hermite and Cubic Spline Interpolation", Ch. 3 in "An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics and Geometric Modelling", San Francisco, CA: Morgan Kaufmann, pp. 9-17, 1998
- [3] T. J Ypma "Historical Development of Newton-Raphson Method", SIAM Review, 1995.
- [4] V. Valimaki, A. Haghparsast "Fractional Delay Filter Design Based on Truncated Lagrange Interpolation", IEEE Signal Processing Letters, pp.816-819, 2007.