

# Büyük Veri Sinyal İşlemesi için Küme Üyeliği Süzgeç Birleşimi Yaklaşımı

## Mixture of Set Membership Filters Approach for Big Data Signal Processing

O. Fatih Kılıç<sup>1</sup>, M. Ömer Sayın<sup>2</sup>, İbrahim Delibalta<sup>3</sup>, Suleyman S. Kozat<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye  
{kiloc,kozat}@ee.bilkent.edu.tr

<sup>2</sup>Elektronik ve Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Urbana-Champaign İllinois Üniversitesi, İllinois, ABD  
sayin2@illinois.edu

<sup>3</sup>Türk Telekom Labs, İstanbul, Türkiye  
ibrahim.delibalta@turktelekom.com.tr

**Özetçe** —Bu bildiri, özellikle büyük veri sinyal işleme uygulamaları için tasarlanmış küme üyeliği süzgeç (SMF) birleşimi üzerine inşa edilmiş yeni bir uyarlanabilir süzgeç birleşimi yaklaşımı sunuyoruz. Bu yöntemle filtre birleşim yöntemleri için büyük miktarda hesaplama ağırlığından kurtuluyoruz ve geçerli olan birleşim yöntemlerine göre yakınsama ve kararlı durumdaki hata performansı açısından daha iyi sonuçlar elde ediyoruz. Üretilen veriler üzerinde yaptığımız deneylerde de bu sonuçları doğruluyoruz.

**Anahtar Kelimeler**—büyük veri, küme üyeliği süzgeç algoritması, süzgeç birleşimi, afin birleşim, konveks birleşim, etkili hesaplama.

**Abstract**—In this work, we propose a new approach for mixture of adaptive filters based on set-membership filters (SMF) which is specifically designated for big data signal processing applications. By using this approach, we achieve significantly reduced computational load for the mixture methods with better performance in convergence rate and steady-state error with respect to conventional mixture methods. Finally, we approve these statements with the simulations done on produce data.

**Keywords**—big data, set-membership filtering, mixture of experts, affine combination, convex combination, computational efficiency.

## I. GİRİŞ

Son yıllarda, bireysel algoritmalara göre daha iyi performans sergilemek için farklı özelliklerdeki birçok süzgecin birleştirilmesi yaklaşımı öne sürülmektedir [1], [2]. Özellikle, bu birleşim yaklaşımını kullanarak daha geniş bir alandaki uyarlanabilir süzgeç uygulamaları için artırılmış bir performans elde edebiliriz.

Karışım modeli çıktı olarak birçok uyarlanabilir süzgeç algoritmasının çıktısının ağırlıklı doğrusal birleşimini verir. Bu ağırlıklı birleşim tahmin istenilen sinyali daha iyi tahmin eder. [3], [4] Bu ağırlıklar eldeki verilere göre sabit olarak belirlenebileceği gibi bu ağırlıkları gözlemlenen verilere göre sıralı bir şekilde de uyarlayabiliriz.

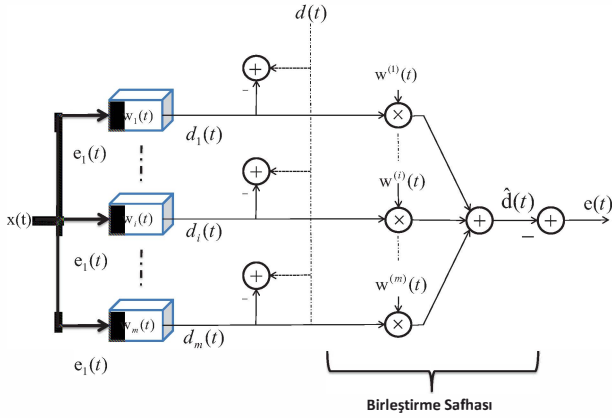
Ancak özellikle belirtmemiz gerekir ki bu birleşim algoritmaları paralel olarak kullandığı birçok uyarlanabilir süzgeç nedeniyle çarpımsal olarak hesaplama karmaşıklığını arttırmaktadır. Bu sebeple bu tarz bir yaklaşım büyük veriler içeren uygulamalar için oluşturacağı yüksek hesaplama ihtiyacı nedeniyle elverişli olmamaktadır. Bu amaçla, biz bu bildiriye küme üyeliği süzgeç algoritmalarını kullanan yeni bir birleşim yaklaşımı sunarak daha düşük hesaplama karmaşıklığı ve artırılmış bir performans gösteriyoruz. Yaygın olarak kullanılan en küçük ortalama kare algoritmalarında, örn. LMS algoritması, hatanın olarak tanımlanan bir fonksiyonu maliyetlendirerek sıralı bir şekilde en küçük maliyete ulaşmayı hedefleriz. Buna karşın, küme üyeliği süzgeç algoritmasında (SMF) ise önceden belirlenen bir hata üst sınırını sağlayan herhangi bir parametre vektörünü çözüm olarak kabul ederiz. Bu sebeple, hata üst sınırını yakaladığımız takdirde güncellemeye ihtiyaç duymayan SMF yaklaşımı sayesinde daha hızlı bir yakınsama performansı ve azaltılmış bir hesaplama karmaşıklığı elde ediyoruz [5].

## II. PROBLEM TANIMI

Sadece  $t \geq 1$  anında  $d(t)$  verisine karşılık gelen özellik vektörü  $\mathbf{x}(t)$ 'in kullanılabilir olduğu <sup>1</sup> ortam düşünüldüğünde, bizim amacımız sıralı olarak  $\hat{d}(t) = f(\mathbf{x}(t))$  elemanını tahmin sonucumuz olarak kullanıp, istenilen veri olan  $d(t)$  elemanını tahmin etmektir. Bunu gerçekleştirmek için ise paralel uyarlanabilir süzgeçlerin doğrusal birleşim yöntemini kullanacağız.

Kullandığımız bu birleşim yapısı genel olarak iki parçadan oluşmaktadır. İlk parça, Şekil 1'de de görülebileceği gibi istenilen sinyal olan  $d(t)$ 'yi tahmin etmek üzere birbirine paralel olarak çalışan  $m$  tane uyarlanabilir süzgeçten oluşmaktadır. Her bir süzgeç,  $\mathbf{w}_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , parametre vektörü ve  $\mathbf{x}(t)$  girdi vektörü ile  $\hat{d}_i(t) = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{w}_i(t)$  tahminini oluştur-

<sup>1</sup>Bu bildiri boyunca, kalın küçük harfler sütun vektörlerini ve kalın büyük harfler ise matrisleri ifade etmektedir. Vektör  $\mathbf{a}$  (ya da matris  $\mathbf{A}$ ) için,  $\mathbf{a}^T$  (ya da  $\mathbf{A}^T$ ) transpozunu ifade eder. Operatör  $\text{col}\{\cdot\}$ , elemanları alt alta sıralı sütun vektörü ya da matris üretir. Vektör  $\mathbf{w}$  için  $\mathbf{w}^{(i)}$  elemanı vektörün  $i$ 'inci girdisini ifade eder. Aynı şekilde matris  $\mathbf{G}$  için  $\mathbf{G}^{(i)}$  elemanı matrisin  $i$ 'inci satırını ifade eder. Bir vektör için,  $\text{diag}\{\cdot\}$  operatörü vektörün elemanlarından oluşan diyagonal bir matris üretir.



Şekil 1: Paralel süzgeçlerin birleşimi

makta ve her yeni adımda  $e_i(t) \triangleq d(t) - \hat{d}_i(t)$  tahmin hatasına göre kendilerini güncellemektedir.

Sistemin ikinci parçası ise birleşim aşamasını oluşturmaktadır. Bu noktada bileşen süzgeçlerden gelen tahminleri doğrusal olarak birleştirerek nihai tahmini elde ediyoruz. Doğrusal birleştirmeyi, tahmin vektörü  $\mathbf{y}(t) = \text{col}\{\hat{d}_1(t), \dots, \hat{d}_m(t)\}$  ve ağırlık vektörü  $\mathbf{w}(t) = \text{col}\{w^{(1)}(t), \dots, w^{(m)}(t)\}$  kullanarak  $\hat{d}(t) = \mathbf{w}^T(t)\mathbf{y}(t)$  şeklinde yapıp, nihai tahmini elde ediyoruz ve daha sonra doğrusal birleşim ağırlıklarını nihai tahmin hatası  $e(t) \triangleq d(t) - \hat{d}(t)$  verisine göre uyarlanabilir bir şekilde güncelliyoruz.

Şimdi ise izleyen kısımlarda, önce küme üyeliği süzgeçlerinin yapısını gösterip sonra bu süzgeçlerin doğrusal olarak birleşimi için geliştirdiğimiz yöntemleri sunacağız.

### III. KÜME ÜYELİĞİ SÜZGECİNİN YAPISI

Genel doğrusal parametrik modeller düşünüldüğünde, istenilen veriyi gerçek sayı  $d$ , özellik vektörünü  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , tahmin için kullanılan süzgecin parametre vektörünü  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$  ve süzgeç çıkışı ( $d$  için tahmin)  $\hat{d} = \mathbf{x}^T \mathbf{w}$  olarak tanımlayabiliriz. Küme üyeliği süzgecinde, parametre vektörü model uzayı  $\mathcal{S}$ 'de bulunan bütün veri ve özellik vektörü ikilileri için tahmin hatası önceden belirlenen üst sınır  $\gamma$ 'dan az olacak şekilde güncellenir. Bu koşulu sağlayan bütün parametre vektörleri ise  $\Gamma \triangleq \bigcap_{(d, \mathbf{x}) \in \mathcal{S}} \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n : |d - \mathbf{x}^T \mathbf{w}| \leq \gamma\}$  şeklinde tanımlanan olurluluk kümesini oluşturur. Model uzayı önceden biliniyor olsaydı, bu olurluluk kümesi için ya da olurluluk kümesinin içindeki bir parametre vektörü için bir tahminde bulunabilirdik. Fakat uygulamada bu model uzayı ya tam olarak bilinemez ya da zamanı bağlı olarak değişim gösterdiği için model uzayı  $\mathcal{S}$ 'yi kapalı bir formda ifade edemeyiz. Bu sebeple olurluluk kümesinin bir üst kümesi olan kısıt kümesini kullanarak olurluluk kümesini yakınıyoruz [5].

Sadece anlık ölçülen veri ikilisi  $(d_t, \mathbf{x}_t) \in \mathcal{S}$  kullanılabilir olduğu düşünüldüğünde, kısıt kümesi

$$\mathcal{H}(t) \triangleq \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n : |d(t) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(t)| \leq \gamma\} \quad (1)$$

olarak tanımlanabilir. Elde edilen bu kısıt kümelerini kullanarak, olurluluk kümesi için bir tahmin olan üyelik kümesini  $\phi_t \triangleq \bigcap_{\tau=1}^t \mathcal{H}(\tau)$  olarak tanımlıyoruz ve her adımda parametre vektörünün kısıt kümesi üzerine iz düşümünü alarak bu üyelik kümesi için bir yaklaşım oluşturuyoruz. Parametre vektörünün belirlenmesi için elde edilen bu algoritma

$$\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + \mu(t) \frac{\mathbf{x}(t)e(t)}{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)} \quad (2)$$

ve

$$\mu(t) = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{|e(t)|} & \text{if } |e(t)| > \gamma, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

olarak tanımlanabilir. SM-NLMS olarak adlandırdığımız algoritmada şunu da belirtmek isteriz ki kullanılan parametre vektörü ile yapılan tahmin hatası üst sınırdan küçük ise algoritma parametre vektörünü yeniden güncellemektedir ve bu özellik hesaplama karmaşıklığını ciddi oranda azaltmaktadır.

Bir sonraki kısımda, burada tanımlanan SMF sistemini bileşen süzgeçlerde ve doğrusal birleştirme ağırlıklarının elde edilmesinde kullanarak etkili bir hesaplama ve hızlı bir yakınsama performansına sahip tahmin sistemi elde edeceğiz.

### IV. ÖNERİLEN BİRLEŞTİRME METODLARI

Burada istenilen sinyal  $d(t)$  tahmini için farklı hata üst sınırlarına sahip paralel olarak çalışan bileşen küme üyeliği süzgeçlerinin birleşimi için SMF sistemini farklı şekillerde uyguluyoruz. Şekil 1'de de görebileceğiniz gibi  $m$  adet SMF süzgecinin paralel olarak çalıştığı bir sistem kullanılmaktadır. Her süzgeç kendi parametre vektörü  $\mathbf{w}_i(t) \in \mathbb{R}^n$  hata üst sınırı  $\gamma_i$  uygun olacak şekilde güncelleyerek,  $\hat{d}_i(t) = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{w}_i(t)$  tahminini üretmektedir. Bu  $m$  adet bileşen süzgeci birleştirme aşamasında, her süzgecin çıkışını üst hata sınırı  $\bar{\gamma}$  olan SMF algoritması ile belirlenen ve zamana bağlı olarak değişen ağırlık vektörleri ile doğrusal olarak birleştirmekteyiz. Birleştirme aşamasına verilen girdi  $\mathbf{y}(t) \triangleq \text{col}\{\hat{d}_1(t), \dots, \hat{d}_m(t)\}$  ve birleştirme aşamasındaki ağırlık vektörü  $\mathbf{w}(t) \triangleq \text{col}\{w^{(1)}(t), \dots, w^{(m)}(t)\}$  olarak tanımlanabilir. Birleştirme aşamasının çıkışı ve nihai tahmin  $\hat{d}(t) = \mathbf{y}^T(t)\mathbf{w}(t)$  olarak ifade edilirken nihai tahmin hatası ise  $e(t) \triangleq d_t - \hat{d}(t)$  olarak gösterilmektedir.

Şimdiki izleyen kısımlarda ise birleştirme aşamasında kullanılan bu ağırlık parametrelerini farklı parametre uzaylarında nasıl bulduğumuzu sunacağız.

#### A. Sınırlandırılmamış Birleştirme Parametreleri

Kullandığımız ilk parametre uzayı sınırlandırılmamış doğrusal birleştirme ağırlıkları için. Öklit uzayı olarak da adlandırılan bu uzay  $\mathcal{W}_1 \triangleq \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^m\}$  şeklinde tanımlanabilir. SMF süzgeci bağlamında bu ağırlıkları bulmayı ve güncellemeyi şu şekilde ifade edebiliriz;

$$\mathbf{w}(t+1) = \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathcal{H}_1(t)} \|\mathbf{w} - \mathbf{w}(t)\|^2 \quad (3)$$

Eşitlik (3)'de yer alan  $\mathcal{H}_1(t) \triangleq \{\mathbf{w} \in \mathcal{W}_1 : |d(t) - \mathbf{w}^T \mathbf{y}(t)| \leq \bar{\gamma}\}$  ifadesini çözüm ve güncelleme için kısıtlama kümesi olarak tanımlayabiliriz. Kısıtlama kümesi (1) ile aynı olduğundan dolayı bu problem için çözüm (2)'de sunduğumuz gibi olacaktır. Sınırlandırılmamış birleştirme yöntemi için algoritma Algoritma 1'de verilmiştir.

---

**Algoritma 1** Küme Üyeliği Sınırlanmamış Birleştirme Algoritması

---

```

1: Secim  $\bar{\gamma}$ 
2: Baslat  $\mathbf{w}(0)$ 
3:  $\alpha \leftarrow$  Sabit
4: for  $i = 1$  to  $m$  do
5:   Secim  $\gamma_i$ 
6:   Baslat  $\mathbf{w}_i(0)$ 
7: end for
8: for all  $t \geq 0$  do
9:   for  $i = 1$  to  $m$  do
10:     $\hat{d}_i(t) = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{w}_i(t)$ 
11:     $e_i(t) = d(t) - \hat{d}_i(t)$ 
12:    if  $|e_i(t)| > \gamma_i$  then
13:       $\mu_i(t) = 1 - \frac{\gamma_i}{|e_i(t)|}$ 
14:       $\mathbf{w}_i(t+1) = \mathbf{w}_i(t) + \mu_i(t) \frac{\mathbf{x}(t)e_i(t)}{\alpha + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)}$ 
15:    end if
16:  end for
17:   $\mathbf{y}(t) = [\hat{d}_1(t) \dots \hat{d}_m(t)]^T$ 
18:   $\hat{d}(t) = \mathbf{y}^T(t)\mathbf{w}(t)$ 
19:   $e(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ 
20:  if  $|e(t)| > \bar{\gamma}$  then
21:     $\mu(t) = 1 - \frac{\bar{\gamma}}{|e(t)|}$ 
22:     $\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + \mu(t) \frac{\mathbf{y}(t)e(t)}{\alpha + \mathbf{y}^T(t)\mathbf{y}(t)}$ 
23:  end if
24: end for

```

---

### B. Afın Birleşim Parametreleri

Afın birleşim ağırlıkları için parametre uzayı  $\mathcal{W}_2 \triangleq \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^m : \mathbf{1}^T \mathbf{w} = 1\}$  şeklinde tanımlanabilir. Burada  $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^m$  ağırlıkların toplamının bir etmesi için birlerden oluşan vektörü temsil etmektedir. Bu parametre uzayını kullanarak kısıtlama kümesi  $\mathcal{H}_2(t) \triangleq \{\mathbf{w} \in \mathcal{W}_2 : |d(t) - \mathbf{w}^T \mathbf{y}(t)| \leq \bar{\gamma}\}$  olarak tanımlanabilir. Tanımlanan bu afın kısıtlamayı izleyen parametrisasyon ile kaldırabiliriz. Yeni bir parametre vektörü  $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^{n-1}$  tanımlarsak ve bu parametre vektörünü şu şekilde ifade edersek

$$\mathbf{z}^{(i)}(t) \triangleq \mathbf{w}^{(i)}(t), \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\}$$

ve

$$\mathbf{w}^{(m)}(t) = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} \mathbf{z}^{(i)}(t) \quad (4)$$

kısıtlandırılmamış bir parametre vektörü olan  $\mathbf{z}(t)$ 'yi elde ederiz. Burada  $a(t)$  istenilen sinyal ve  $c(t)$  ise kısıtlandırılmamış olan yeni problemimize girdi vektörü olarak tanımlanmıştır. Yeni problemi şu şekilde ifade edebiliriz

$$\mathbf{z}(t+1) = \arg \min_{\mathbf{z} \in \mathcal{H}_2(t)} \|\mathbf{z} - \mathbf{z}(t)\|^2, \quad (5)$$

Eşitlik (5) kısıtlama kümesi  $\tilde{\mathcal{H}}_2(t) \triangleq \{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{m-1} : |a(t) - \mathbf{z}^T \mathbf{c}(t)| \leq \gamma\}$  olarak tanımlanmıştır ve tanımlanan  $a(t)$  ve  $c(t)$  elemanları

$$a(t) = d(t) - \hat{d}_m(t); \quad c(t) = \begin{bmatrix} \hat{d}_1(t) - \hat{d}_m(t) \\ \vdots \\ \hat{d}_{m-1}(t) - \hat{d}_m(t) \end{bmatrix}^T.$$

olarak eski değerlerin yeniden parametrize edilmesiyle elde edilmiştir. Sonuç olarak yine kısıtlandırılmamış durumda (3)

eşitliğindeki gibi bir optimizasyon problemi elde ettiğimiz için, bu problem için çözümü

$$\mathbf{z}(t+1) = \mathbf{z}(t) + \mu(t) \frac{\mathbf{c}(t)e(t)}{\mathbf{c}(t)^T \mathbf{c}(t)} \quad (6)$$

ve

$$\mu(t) = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{|e(t)|} & \text{if } |e(t)| > \gamma, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bunun ardından eşitlik (4)'de ifade edilen ilişkilendirmeyi kullanarak, çözümü eski parametre vektörü cinsinden

$$\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + \mu(t) \frac{\mathbf{G}\mathbf{y}(t)e(t)}{\mathbf{y}(t)^T \mathbf{G}\mathbf{y}(t)} \quad (7)$$

ve

$$\mu(t) = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{|e(t)|} & \text{if } |e(t)| > \gamma, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Burada  $\mathbf{G}$  vektörü

$$\mathbf{G} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{m-1} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1}^T & m-1 \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanmıştır ve  $-\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{m-1}$  vektörü bütün elemanları eksi bir olan bir vektör olarak tanımlanmıştır.

Şunu da belirmemiz gerekir ki afın birleşim için algoritma  $\mathbf{G}$  matrisinin tanımlanmasıyla ve Algoritma 1'de 22. satırdaki güncelleme ifadesinin  $\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + \mu(t) \frac{\mathbf{G}\mathbf{y}(t)e(t)}{\alpha + \mathbf{y}(t)^T \mathbf{G}\mathbf{y}(t)}$  ile değiştirilmesiyle kolaylıkla elde edilebilir.

### C. Konveks Birleşim Parametreleri

Son olarak ise konveks birleşim ağırlıkları için parametre uzayı  $\mathcal{W}_3 = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^m : \mathbf{1}^T \mathbf{w} = 1 \wedge \mathbf{w}^{(i)} \geq 0, \forall i \in \{1, \dots, m\}\}$  olarak tanımlanmıştır. Yukarıdaki kısımda yaptığımız gibi yine kısıtlanmamış bir optimizasyon problemi elde etmek için [1]'daki gibi vektör  $\mathbf{w}(t)$ 'yi yeniden parametrize ederek

$$\mathbf{w}^{(i)}(t) = \frac{e^{-\mathbf{z}^{(i)}(t)}}{\sum_{k=1}^m e^{-\mathbf{z}^{(k)}(t)}} \quad (8)$$

eşitlik (8)'deki gibi  $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^m$  vektörünü elde ediyoruz. Şunu not etmek gerekir ki, SM-NLMS algoritması bayır inişi metodu için olasılıksal maliyet fonksiyonunu

$$F(e(t)) \triangleq \begin{cases} \left( \frac{|e(t)| - \gamma}{\|\mathbf{y}(t)\|} \right)^2 & |e(t)| > \gamma \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

şeklinde tanımlayarak da elde edilebilir. Bu bağlantıyı ve elde ettiğimiz kısıtlanmamış  $\mathbf{z}(t)$  parametre vektörünü kullanarak

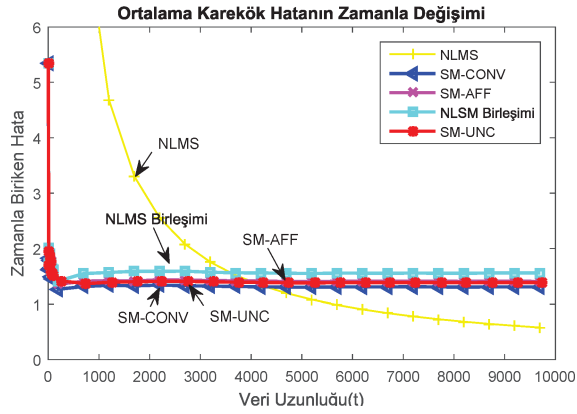
$$\mathbf{z}(t+1) = \mathbf{z}(t) - \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{z}} F(e(t)) \quad (9)$$

şeklindeki bayır inişi algoritmasını yazabiliriz. Sonrasında, (9) eşitliğindeki bağıntı zincir kuralı ile

$$\mathbf{z}(t+1) = \mathbf{z}(t) - \frac{1}{2} [\nabla_{\mathbf{z}} \mathbf{w}(t)]^T \nabla_{\mathbf{w}} F(e(t)). \quad (10)$$

eşitliğine sonuç vermektedir. Biliyoruz ki  $\nabla_{\mathbf{z}} \mathbf{w}(t) = \mathbf{w}(t)\mathbf{w}(t)^T - \text{diag}\{\mathbf{w}(t)\}$  [1] ve bunu kullanarak

$$\mathbf{z}(t+1) = \mathbf{z}(t) + \mu(t) [\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(t)^T - \text{diag}\{\mathbf{w}(t)\}] \frac{\mathbf{y}(t)e(t)}{\mathbf{y}(t)^T \mathbf{y}(t)} \quad (11)$$



Şekil 2: Sunulan algoritmaların NLMS algoritmaları ile zamanla biriken hata performanslarının karşılaştırılması.

sonucunu elde edebiliriz. Burada

$$\mu(t) = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{|e(t)|} & \text{if } |e(t)| > \gamma, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ve

$$\mathbf{w}(t) = \frac{e^{-\mathbf{z}(t)}}{\|e^{-\mathbf{z}(t)}\|_1}.$$

olarak tanımlandığını da belirtmeliyiz. Sonuç olarak, konveks birleşim yöntemi için algoritmayı, kısıtlanmamış parametre vektörünü eşitlik (8)'de olduğu gibi tanımlayarak ve Algoritma 1'de 22. satırdaki güncelleme satırını (10) eşitliği ile değiştirerek kolaylıkla elde edebiliriz.

Bir sonraki kısımda ise burada tanımlanmış olan birleşim algoritmalarının performanslarını çeşitli durumlar için değerlendireceğiz.

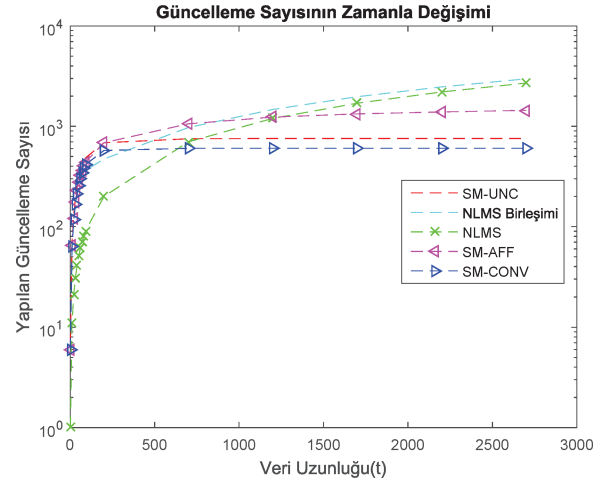
## V. PERFORMANS DEĞERLENDİRMESİ

Bu bölümde bir kısım deneyler aracılığı ile sunduğumuz SMF birleşim algoritmalarının performansını göstereceğiz. Ayrıca sunulan algoritmaların hesaplama karmaşıklığı açısından diğer yöntemlere, örn. normalize en küçük ortalama kare (NLMS) birleşim yöntemleri, göre daha etkili olduğunu gösterip yakınsama performansları ve kararlı haldeki hatalarını karşılaştıracacağız. Bu bölüm boyunca, sırasıyla sınırlandırılmamış, afin olarak sınırlandırılmış ve konveks olarak sınırlandırılmış birleşim algoritmalarını SM-UNC", "SM-AFF" ve "SM-CONV" olarak adlandıracağız.

Deneyleri, verilerin kaynak istatistiklerinin zamanla değişmediği sabit veri ortamında gerçekleştirdik.

Fig.2'de, sunduğumuz SM-UNC, SM-AFF ve SM-CONV algoritmalarının 100 adet bağımsız deney için ortalama zamanla biriken hata performanslarını NLMS birleşim algoritmasının ve tek bir NLMS süzgecinin performansı ile karşılaştırdık. Burada da görüldüğü üzere yakınsama performansı olarak birleşim algoritmaları tek NLMS süzgecinden daha iyi sonuç vermektedir. Ayrıca burada sunduğumuz birleşim algoritmaları standart NLMS birleşim algoritmasından kararlı hal hata performansı olarak daha iyi sonuç vermektedir.

Sunulan algoritmaların bir diğer önemli tarafı ise NLMS birleşim ve süzgeç yöntemlerine göre azaltılmış hesaplama karmaşıklıklarına sahip olmaları. Bunu göstermek adına deneyler



Şekil 3: Algoritmaların güncelleme sayılarının zamanla gelişimi

sırasında her algoritmanın ağırlık vektörleri üzerinde yaptıkları güncelleme sayılarını kaydettik. Fig.3'de de görüleceği üzere NLMS birleşim ve süzgeç algoritmaları sürekli güncellemeye devam ederek hesaplama karmaşıklığını arttırırken, sunulan algoritmalar belirlenen hata payına ulaştıktan sonra güncelleme yapmayı durdurdular ve sonuç olarak daha az hesaplama gereği ile verilen deneyi tamamlamış oldular.

## VI. SONUÇ

Bu bildiriye, süzgeç birleşimi yaklaşımlarının hesaplama karmaşıklığını azaltmak ve performanslarını arttırmak üzere yeni bir birleşim algoritması sunduk. Bu amaçla küme üyeliği süzgeçlerini(SMF) bileşen süzgeçler olarak kullanıp birleşim ağırlıklarını ise yine SMF algoritması ile sınırlandırılmamış, afin olarak sınırlandırılmış ve konveks olarak sınırlandırılmış konfigürasyonlarda belirleyerek önemli ölçüde hesaplama karmaşıklığını düşürdük. Son olarak ise elde edilen bu algoritmaların performans olarak NLMS algoritmalarından ve birleşim yöntemlerinden üstün olduğunu gösterdik. Ayrıca bu deneyler sırasında sunulan algoritmaların, NLMS süzgeç ve birleşim algoritmalarına göre daha az hesaplama karmaşıklığı gerektirdiğini bu nedenle büyük veri sinyal uygulamaları için daha avantajlı olabileceklerini gösterdik.

## KAYNAKÇA

- [1] S. S. Kozat, A. T. Erdogan, A. C. Singer, and A. H. Sayed, "Steady-state MSE performance analysis of mixture approaches to adaptive filtering," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, pp. 4050–4063, 2010.
- [2] J. Arenas-Garcia, A. R. Figueiras-Vidal, and A. H. Sayed, "Mean-square performance of a convex combination of two adaptive filters," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 1078–1090, 2006.
- [3] S. S. Kozat, A. T. Erdogan, A. C. Singer, and A. H. Sayed, "A transient analysis of affine mixtures," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 5, pp. 6227–6232, 2011.
- [4] J. Arenas-Garcia, V. Gomez-Verdejo, and A. R. Figueiras-Vidal, "New algorithms for improved adaptive convex combination of LMS transversal filters," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 54, no. 6, pp. 2239–2249, 2005.
- [5] S. Gollamudi, S. Nagaraj, S. Kapoor, and Y. F. Huang, "Set-membership filtering and a set-membership normalized LMS algorithm with an adaptive step size," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 5, no. 5, 1998.