

# Varyasyonel Kip Ayrışımı ile Çoklu Yayıcı Sinyali Ayrıştırma ve Geliş Açısı Kestirimi

## Joint Multi-Emitter Signal Separation and Angle of Arrival Estimation via Variational Mode Decomposition

Abdurrahim Soğanlı  
TÜBİTAK İleri Teknolojiler Araştırma Enstitüsü (İLTAREN)  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği  
Bilkent Üniversitesi  
06800 Bilkent, Ankara, Türkiye  
soğanli@ee.bilkent.edu.tr

Orhan Arıkan  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği  
Bilkent Üniversitesi  
06800 Bilkent, Ankara, Türkiye  
oarikan@ee.bilkent.edu.tr

**Özetçe** —Bu çalışmada eş uzaklıklara yerleştirilmiş doğrusal anten almaç sistemine gelen çoklu yayıcı sinyallerini ayırıştıran bir yöntem öneriyoruz. Önerilen yöntem; VMD (Variational Mode Decomposition) ve SAGE (Space Alternating Expectation Minimization) algoritmalarının birleşimini kullanan iki aşamalı bir yöntemdir. İlk aşamada yayıcılardan gelen sinyaller ayrılıp bu sinyallerin frekansları kestirilirken ikinci aşamada ise kanal parametreleri (geliş açısı, antene gelen sinyallerin fazları) kestirilmektedir. Deneysel sonuçlar önerilen yöntemin aynı frekansta gelen iki farklı sinyalin başarılı bir şekilde ayrışırılıp geliş açılarının hesaplanabildiğini göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler**—vektör sinyal işleme, parametre kestirimi, Değişken Mod Ayrıştırma, geliş açısı kestirimi.

**Özet**—In this work, we propose a framework which separates multi-emitter signals arriving to uniform linear antenna receiver system. Proposed model uses a combination of variational mode decomposition (VMD) and space alternating expectation maximization (SAGE) algorithms. Former one separates emitter signals and estimates their frequencies while in the second part channel parameters (relative phases, angle of arrivals) are estimated using SAGE algorithm. Experimental results have showed that the proposed model can simultaneously estimates angle of arrivals of the multi-emitter signals working at the same frequencies.

**Keywords**—array signal processing, parameter estimation, Variational Mode Decomposition, angle of arrival estimation.

### I. GİRİŞ

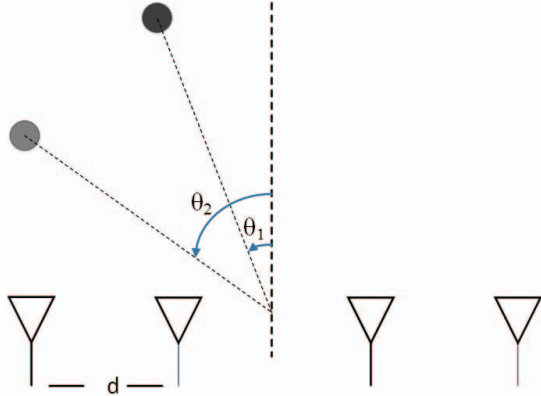
Radar sistemlerinde alıcı antenlere gelen sinyallerin analizi ve yayıcılara ait bilgilerin kestirilmesi önem taşımaktadır. Sistem performansının en iyileştirilebilmesi için gelen sinyallerle ilgili parametrelerin (geliş açısı, antenler arasındaki faz farkları) başarılı bir şekilde kestirimi gerekmektedir. Literatürde ilgili parametrelerin kestirimi için MUSIC [1] (Multispectral Signal Classification) ve ESPRIT [2] (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)

gibi uzamsal kestirim yöntemleri mevcuttur. Bu çalışmalara ek olarak EM (expectation-maximization) yönteminin uzantısı olarak geliştirilmiş SAGE (Space-alternating generalized EM) yöntemi parametre kestirimi konusunda başarılı sonuçlar vermektedir [4]. Fakat bu yöntemde, gelen sinyallerinin yapısının önceden bilindiği kabul edilmektedir. Bu varsayım haberleşme sistemleri için uygun olmakla beraber radar sistemlerindeki değişken modülasyon yapılarından dolayı radar sistemlerine uygun değildir. Bu açıdan özellikle birden fazla sinyal kaynağının bulunduğu ortamlarda SAGE algoritmasının üst üste binen sinyallerin parametre kestirimindeki başarımı zayıftır. Gelen sinyallerin ilk aşamada ayrışırılıp daha sonra parametre kestirimlerinin yapılması gerekmektedir.

EMD (Empirical Mode Decomposition), literatürde sıklıkla kullanılan, çoklu sinyalleri bileşenlerine ayırıştıran başarılı bir yöntemdir [5]. Yakın zamanda önerilen VMD (Variational Mode Decomposition) yöntemi [6] ise frekans uzayında dar bantlı sinyalleri başarılı bir şekilde ayırıştırmaktadır. VMD, birçok alanda uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir [7], [8]. Ancak, bu çalışma henüz radar sinyal analizinde kullanılmaya başlanmamıştır.

Bu çalışmada radar sinyallerinin ayrışırılması için VMD tabanlı bir yöntem öneriyoruz. Önerilen yöntem iki aşamalı döngülü bir yöntemdir. Yöntemin ilk aşamasında antenlere gelen çoklu sinyaller VMD kullanılarak ayırışırılmaktadır. Bu aşamada antenlere gelen sinyallerin frekans uzayında dar bantlı sinyaller olduğu kabul edilmektedir. Sinyaller ayırışırıldıktan sonra SAGE yöntemi kullanılarak ilgili parametreler (geliş açıları, faz) çıkartılmaktadır. Önerilen yöntemin iki önemli avantajı vardır. İlk avantajı, birden fazla sinyal kaynağının olduğu durumlarda radar sinyalleri VMD kullanılarak ayırışırılacağından dolayı sinyal analizi başarılı bir şekilde yapılmaktadır. İkinci olarak ise, radar sinyalleri problemin bir değişkeni olarak tanımlandığı için parametre kestirimi için SAGE algoritması başarılı bir şekilde kullanılmaktadır. Önerdiğimiz yöntem ile çoklu sinyallerin bulunduğu bir radar ortamında darbelerin

şekli ile ilgili bir bilgi olmadığı durumlarda parametre kestirimleri başarılı bir şekilde yapılmaktadır.



Şekil 1: Dört antenli radar alıcı sistemi.

## II. ARKA PLAN

### A. Sistemi Modeli

Radar alıcı sistemi (Şekil 1) birbirlerine uzaklığı eşit mesafede olan doğrusal anten sisteminden oluşmaktadır. Radar sinyal kaynağından üretilen ve antenlere ulaşan sinyaller  $s_k(t)$   $k = 1, \dots, N$  olsun. Burada  $N$  aktif sinyal kaynağı sayısını temsil etmektedir. Bu çalışmada sinyal kaynağı sayısının bilindiği varsayılmaktadır. Bu durumda her bir antene gelen sinyal aşağıdaki gibi modellenilebilir.

$$r_i(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k s_k(t) e^{j\phi_{ik}(\theta_k)} + n_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

Bu denklemde  $M$  sistemdeki anten sayısını,  $\alpha$  sinyalin genlik seviyesini,  $\theta_k$ ,  $k$  numaralı sinyalin geliş açısını,  $\phi_{ik}$  ise  $k$  numaralı sinyal kaynağının  $i$  numaralı antendeki faz değerini temsil ederken  $n_i$  ise  $i$  numaralı antene gelen sinyale ait Gauss gürültüsüdür.

### B. Varyasyonel Kim Ayırışımı (VMD)

VMD yönteminin amacı,  $N$  kipten oluşan  $r$  sinyalinin,

$$r = \sum_{k=1}^N s_k \quad (2)$$

ilgili kiplerine ayrıştırılmasıdır. Burada ilgili  $s_k$  sinyallerinin frekans uzayında dar bantlı olduğu kabul edilir. Problemin maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\arg \min_{s_k, w_k, \lambda} a \sum_{k=1}^N \left\| \partial_t \left[ \left( \sigma(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * s_k(t) \right] e^{-jw_k t} \right\|_2^2 + \left\| r - \sum s_k \right\|_2^2 + \langle \lambda, r - \sum s_k \rangle \quad (3)$$

Problem, her bir  $(w_k, s_k)$  çiftleri için değişmeli yön çarpanları metodunu (ADMM) [9] kullanarak çözülmektedir. VMD yöntemi birden fazla bileşenden oluşan sinyallerin ayrıştırılması amacıyla birçok uygulamada kullanılmıştır [7], [8]. Radar sistemlerinde sinyallerin ayrıştırılması, sinyal analizinin başarımı açısından önem teşkil etmektedir. Bu durum VMD yönteminin radar sinyal analizinde kullanılmasını önemli kılmaktadır.

### C. Uzamsal Değişmeli Genelleştirilmiş Beklenti Maksimizasyonu (SAGE)

SAGE,  $N$  adet farklı sinyalden oluşan eksik veriden ( $r$ ) ilgili  $N$  sinyali ayrıştıran ve her bir sinyal ile ilgili parametreleri kestiren iki aşamalı bir yöntemdir. İlk aşama beklenti aşamasıdır. Bu aşamada her bir sinyale ait tamamlanmış veri kestirilir. İkinci aşamada ise kestirilen veri kullanılarak ilgili parametreler (geliş açısı, gecikme süresi, Doppler frekansı) kestirilir. Bu ikili yöntem her bir  $N$  sinyal için ayrı ayrı uygulanır. SAGE, antenlere gelen sinyalin şekli bilindiği durumlarda oldukça başarılı performans göstermektedir. Ancak, sinyalin şekli ile ilgili bir bilgi olmadığı durumlarda başarılı olarak uygulanabilmesi zorlaşmaktadır. Bu bakımdan SAGE yönteminin başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için öncesinde sinyallerin başarılı bir şekilde kestirilebilmesi elzemdir.

## III. ÖNERİLEN YÖNTEM

### A. Problem Tanımı ve Çözümü

Çalışmamızda  $M$  adet doğrusal alıcı anten sisteminde  $N$  farklı radar sinyal kaynağı bulunan bir ortamda sinyallerin ve ilgili parametrelerinin kestiren bir yöntem öneriyoruz. Denklem (1), sistem modeli olarak kullanıldığında önerdiğimiz yöntemin maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\arg \min_{s_k, w_k, \theta_k, \lambda_i} a \sum_{k=1}^N \left\| \partial_t \left[ \left( \sigma(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * s_k(t) \right] e^{-jw_k t} \right\|_2^2 + \sum_{i=1}^M \left\| r_i(t) - \sum s_k(t) e^{j\phi_{ik}(\theta_k)} \right\|_2^2 + \langle \lambda_i, r_i(t) - \sum s_k(t) e^{j\phi_{ik}(\theta_k)} \rangle \quad (4)$$

Maliyet fonksiyonunda ilk terim,  $k$  sinyal kipinin ilgili  $w_k$  frekansı etrafında yoğunlaşmasını  $a$  ağırlık parametresi ile sağlamaktadır. İkinci terim ise gözlemlenen verinin kestirilen veri ile bağlılığını temsil eder. Önerilen yöntemde sinyal kiplerinin geliş açıları  $\theta_k$  problemin içerisine değişken olarak eklenmiştir. Ek olarak her bir anten için ayrı Lagrange parametresi kullanılmıştır. Önerdiğimiz yöntem, VMD yöntemini radar sinyal işleme ve parametre kestirimi probleminde uyarlamaktadır. Literatürde gözlemlendiğimiz kadarıyla henüz böyle bir çalışma mevcut değildir.

Problem, ADMM kullanılarak her bir parametre için alt problemlere bölünerek çözülmektedir. Frekans değişkenlerinin  $w_k$  çözümü için ilgili alt problem aşağıdaki gibidir.

$$\arg \min_{w_k} a \sum_{k=1}^N \left\| \partial_t \left[ \left( \sigma(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * s_k(t) \right] e^{-jw_k t} \right\|_2^2 \quad (5)$$

Bu alt problem VMD yöntemindeki alt problemin aynısıdır ve frekans uzayında aşağıdaki denklem ile kolayca çözülebilir.

$$w_k^{n+1} = \frac{\int w |\hat{s}_k(w)|^2 dw}{\int |\hat{s}_k(w)|^2 dw} \quad (6)$$

Her bir sinyalin  $s_k(t)$  kestirimi için ise altproblem, maliyet fonksiyonunun diğer değişkenlerin sabit kabul edildiği durumdur. Altproblem görüldüğü gibi karesel bir problemdir. Dolayısıyla gradyanı hesaplanıp sifra eşitlendiğinde  $s_k$ , frekans

uzayında aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$s_k^{n+1} = \left( \sum_{i=1}^M \left[ r_i - \sum_{l \neq k} \hat{s}_k e^{j\phi_{il}(\hat{\theta}_l)} + \frac{\lambda_i}{2} \right] e^{-j\phi_{ik}(\theta_k)} \right) \frac{1}{M + 2a(w - w_k)^2} \quad (7)$$

Hesaplanması gereken üçüncü değişken ise sinyallerin geliş açılarıdır  $\theta_k$ . Bu aşamaya kadar önerilen çözümler SAGE algoritmasının beklenti aşamasına benzetilebilir. İlk iki aşamada sinyaller dar bant varsayımı da dikkate alınarak ayrıştırılmıştır. Bu aşamada ise ayrıştırılan bu sinyaller SAGE algoritmasının minimizasyon aşamasında kullanılacaktır ve böylece maksimum olabilirlik (ML) kestirim yöntemi ile geliş açıları hesaplanacaktır. Geliş açılarının kestiriminde kullanılacak maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta}_k^{n+1} = \arg \max_{\theta_k} \left| \hat{s}_k^*(t) \sum_{i=1}^M \left( r_i(t) - \sum_{l \neq k} \hat{s}_k(t) e^{j\phi_{il}(\theta_l)} + \frac{\lambda_i}{2} \right) e^{-j\phi_{ik}(\theta_k)} \right| \quad (8)$$

Bu altproblemi en iyileyen  $\theta$  değeri kabaca taranarak bulunur. Son olarak Lagrange değişkenleri aşağıdaki gibi güncellenir.

$$\lambda_i^{n+1} = \lambda_i^n + \tau \left( r_i(t) - \sum s_k(t) e^{j\phi_{ik}(\theta_k)} \right) \quad (9)$$

Değişkenler yakınsama sağlanana kadar yinelemeli bir şekilde güncellenir.

Önerdiğimiz yöntem aynı anda sinyal fonksiyonunu, frekansını ve geliş açısını hesaplayabilmektedir. Bu durum aynı frekansta çalışan ancak farklı açılardan gelen iki farklı sinyalin ayrıştırılıp geliş açılarının doğru bir şekilde kestirilmesini sağlamaktadır. Önerdiğimiz yöntem sinyal fonksiyonun kendisini de bir değişken olarak kestirdiğinden dolayı SAGE algoritmasının radar sistemlerinde başarılı bir şekilde uygulanmasına olanak sağlamaktadır.

### B. Yakınsama Analizi

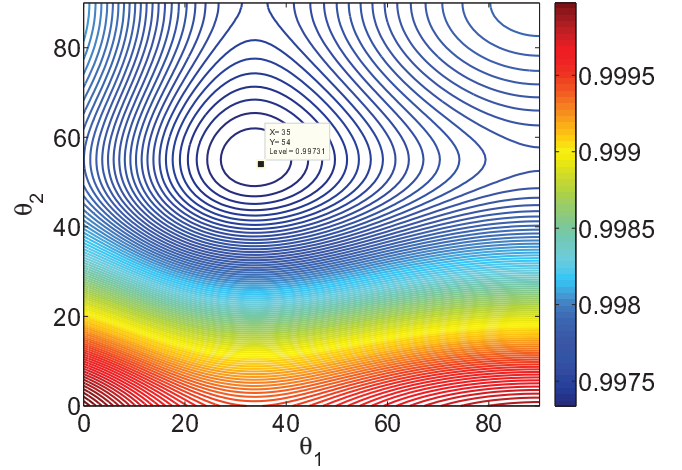
Önerilen maliyet fonksiyonunun dışbükey olması SAGE yönteminin uygulanabilirliği ve başarımı üzerine önemli rol oynamaktadır. Maliyet fonksiyonunun sinyalin geliş açılarına göre dışbükeyliği diğer parametreler yönteme doğrudan verildiğinde aldığı değer ile test edilebilir. Bu amaçla iki farklı sinyal kaynağının olduğu durumda frekans ve sinyal fonksiyon bilgileri yönteme doğrudan verildi. Farklı geliş açılarına göre maliyet fonksiyonun değeri Şekil 2'deki gibidir. Doğru geliş açıları  $\theta_1 = 32, \theta_2 = 56$  değerleridir. Görüldüğü gibi maliyet fonksiyonu geliş açılarına göre dışbükey bir yapıya sahiptir. Bu durum önerilen yöntemin SAGE yöntemi ile başarılı sonuçlar elde edeceğini göstermektedir.

## IV. DENEYSEL SONUÇLAR

Önerilen yöntemin performansı doğrusal olarak yerleştirilmiş dört antenli bir alıcı sistem modeli üzerinde test edilmiştir. Bu sistem ile ilgili kullanılan parametreler Tablo 1'deki gibidir. Antenlere gelen sinyallere ait faz bilgisi geliş açısının bir fonksiyonu olarak modellenmiştir ve aşağıdaki denkleme göre hesaplanmaktadır.

$$\phi_{ik}(\theta_k) = 2\pi \sqrt{d_{1m}^2 + d_k^2 - 2d_{1m} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_k\right)} \quad (10)$$

Burada  $d_{im}$   $i$  numaralı antenin merkez noktasına olan uzaklığıdır.  $d_k$  ise  $k$  numaralı sinyal kaynağının merkeze olan uzaklığıdır. İlk olarak [56, 32] derece açılarında çalışan iki



Şekil 2: Maliyet fonksiyonunun dışbükeylik analizi:  $\theta_1^* = 32, \theta_2^* = 56$

Tablo I: SİSTEM ÖZELLİKLERİ

Anten sayısı ( $M$ )	4
Sinyal kaynağı sayısı ( $N$ )	2
Örneklem frekansı	2 GHz
Aktif çalışma aralığı	500-1000 MHz
Antenler arası mesafe	0.15 m

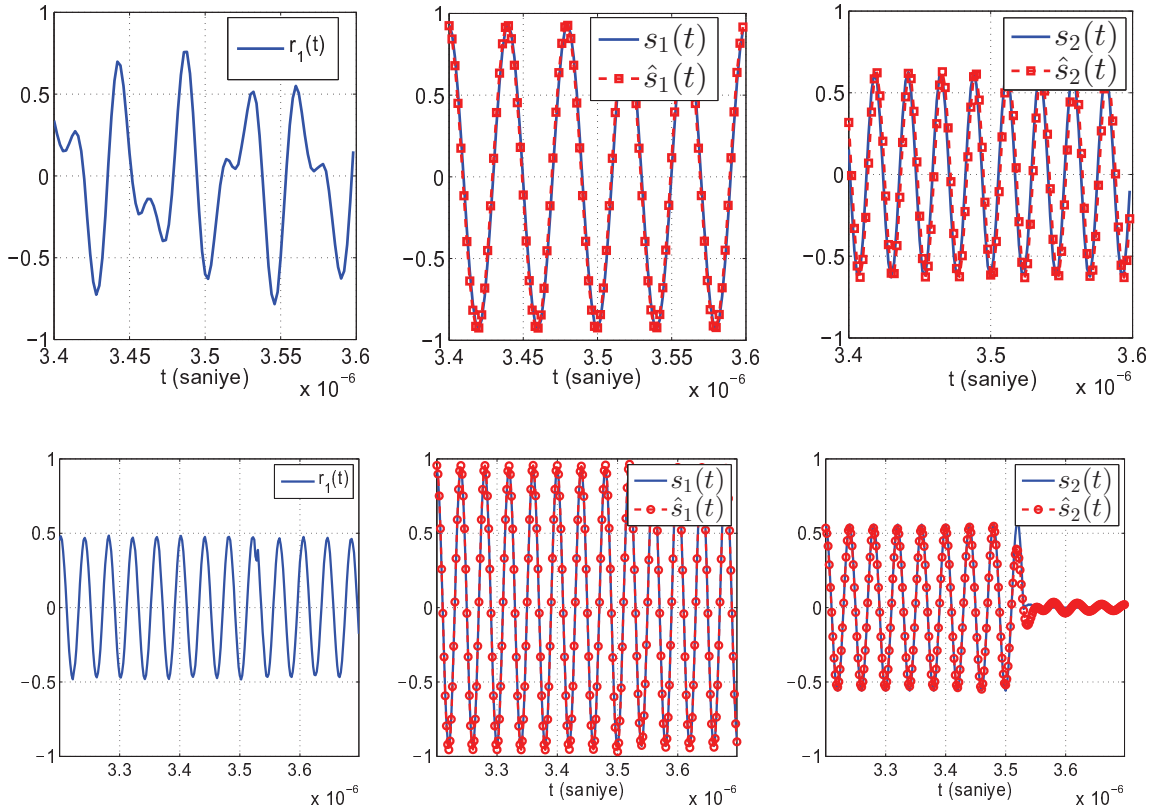
sinyalin ayrıştırılması deneyi gerçekleştirildi. İlk sinyalin darbe genişliği 5, ikinci sinyalin ise 2 mikro saniyedir. İlk sinyalin genliği 1, ikinci sinyalin genliği ise 0.6 olarak verilmiştir. Sinyallerin çalışma frekansı 775 ve 793 MHz olarak belirlendi. Deney sonuçları Şekil 3'de ilk satırda gösterilmektedir. Görüldüğü gibi sinyaller başarılı bir şekilde ayrıştırılmıştır. Yöntem frekans ve geliş açılarını da başarılı bir şekilde tespit edebilmiştir.

İkinci olarak yöntemin avantajını gösterebilmek için aynı frekansta (775 Mhz) çalışan iki sinyal üretildi. Geliş açıları ise [56, 19] derecedir. Diğer parametreler ilk deney ile aynıdır. Deney sonuçları Şekil 3'ün ikinci satırında gösterilmektedir. Önerilen yöntem, sinyaller aynı frekansta çalıştığı durumda farklı geliş açılarını doğru bir şekilde tahmin edip başarılı bir kestirim yapabilmektedir.

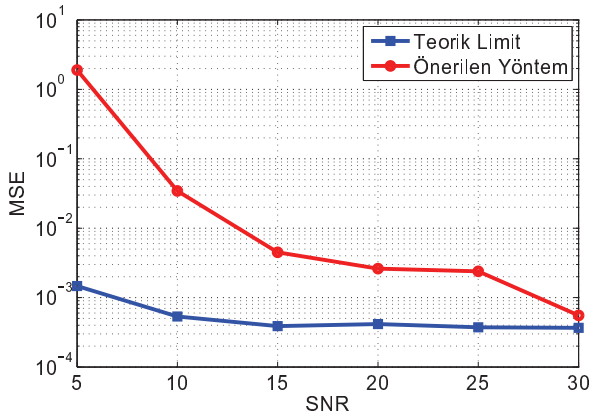
Yöntemin gürültüye karşı performansını test edebilmek için farklı gürültü seviyelerinde yöntemin kestirdiği sinyallerin ortalama karesel hataları (MSE) hesaplandı. Referans olarak ise, geliş açılarının yönteme doğrudan girildiğinde kestirilen sinyallerin MSE performansı hesaplandı. Bu referans, aslında önerilen modelin teorik limiti olarak düşünülebilir. Gürültüye bağlı olarak elde edilen MSE sonuçları Şekil 4'te gösterilmiştir. Görüldüğü gibi gürültünün azaldığı durumlarda önerilen yöntem teorik sınıra oldukça yaklaşmaktadır. Yüksek gürültülü alanlarda ise yöntemin performansını arttırabilmek için anten sayısını arttırmak gibi seçenekler kullanılabilir.

## V. VARGILAR

Bu çalışmada birden fazla sinyalin alıcı anten sistemine geldiği durumda sinyallerin ayrıştırılması ve eş zamanlı olarak



Şekil 3: Önerilen yöntemin deney sonuçları. İlk kolon birinci antene gelen sinyalin geçek değeri, ikinci kolon 1 numaralı sinyal ve kestirimi, üçüncü kolon 2 numaralı sinyal ve kestirimi.



Şekil 4: Önerilen yöntemin gürültüye göre MSE performansı ve teorik sınır ile karşılaştırması.

frekans ve geliş açısı kestirimini yapan bir yöntem önerdik. Önerdiğimiz yöntem sinyallerin ayrıştırılması ve frekans kestiriminde VMD yöntemini, geliş açısı kestiriminde ise SAGE yöntemini kullanmaktadır. Önerdiğimiz yöntem, sinyalleri bir değişken olarak problemin içerisine eklediğinden dolayı sinyalin şeklinin bilinmediği durumlarda da başarılı sonuçlar vermektedir. Buna ek olarak önerilen yöntem aynı frekansta çalışan farklı geliş açılara sahip iki sinyali başarılı bir şekilde

ayrıştırmaktadır. Önerilen yöntemin başarımı anten sayısı artırılarak geliştirilebilir. İleride yapılacak çalışmalarda önerilen yöntem sinyal takibi ve tespit algoritmaları için bir ön işleme olarak kullanılabilir.

#### KAYNAKLAR

- [1] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar 1986.
- [2] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," in IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, Jul 1989.
- [3] M. Feder and E. Weinstein, "Parameter estimation of superimposed signals using the EM algorithm," in IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 36, no. 4, pp. 477-489, Apr 1988.
- [4] J. A. Fessler and A. O. Hero, "Space-alternating generalized expectation-maximization algorithm," in IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 42, no. 10, pp. 2664-2677, Oct 1994.
- [5] N. E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N.C. Yen, C.C. Tung, and H.H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, VOL. 454, no 1971, pp. 903-995, 1998
- [6] K. Dragomiretskiy and D. Zosso, "Variational Mode Decomposition," in IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 3, pp. 531-544, Feb.1, 2014.
- [7] B. He, Y. Bai, "Signal-noise separation of sensor signal based on variational mode decomposition", Communication Software and Networks (ICCSN) 2016 8th IEEE International Conference on, pp. 132-138, 2016.
- [8] M. A. Azpúrua, M. Pous, F. Silva, "Decomposition of Electromagnetic Interferences in the Time-Domain", Electromagnetic Compatibility IEEE Transactions on, vol. 58, pp. 385-392, 2016, ISSN 0018-9375.
- [9] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, "Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers," Found. Trends Mach. Learn., vol. 3, no. 1, pp. 1-122, Jan. 2011.