

İkili Uzamsal Işık Modülatörleri Kullanan Holografik Üç Boyutlu Televizyon Ekranları için Sinyal İşleme

Signal Processing for Three-Dimensional Holographic Television Displays that Use Binary Spatial Light Modulators

Erdem Ulusoy, Levent Onural, Haldun M. Ozaktas

Bilkent Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ankara, Türkiye

eulusoy@ee.bilkent.edu.tr

Özetçe

Üç Boyutlu Televizyon (3BTv) için kullanılan önemli tekniklerden birisi de holografidir. Holografik 3BTv'de, ekran olarak uzamsal ışık modülatörleri (SLM) kullanılır. Piksellerine yalnızca iki farklı değer atanabildiği için, olası en sınırlı modülasyonu sağlayan SLM'ler ikili SLM'lerdir. Burada ortaya çıkan önemli bir sinyal işleme problemi, olası ikili sinyaller içinden, SLM'e yazılmak üzere, istenilen bir ışık alanını en iyi şekilde yaratacak olanının bulunmasıdır. Önerilen pek çok yöntem; hata oranı, hesaplama performansı, ışığın verimli kullanılması açısından tatminkar sonuçlar vermemektedir. Biz, ikili SLM'in önüne yerleştirilmesi planlanan bir optik düzenek, ve ilgili sinyal işleme algoritmasını öneriyoruz. Önerilen sistem, bir 4-f düzeneği kullanıyor ve Fourier düzlemine, periyodik bir maske yerleştiriliyor. Böylece, ikili SLM, belli aralıklarla yerleştirilmiş bir dizi dürtü sinyali ile evriştiriliyor ve ortaya piksel sayısı ikili SLM'den daha küçük olan ancak 16-bit tam karmaşık modülasyon sağlayan ikincil bir SLM çıkıyor. Bu yeni SLM ile, istenilen ışık alanını yaratmak kolaylaşıyor. Gerekli hesaplamalar da gerçek zamanlı operasyona izin verecek şekilde hızlı yapılabilir.

Abstract

One of the important techniques used for three dimensional television (3DTV) is holography. In holographic 3DTV, spatial light modulators (SLM) are used as the display device. SLMs that provide the most limited modulation are the binary SLMs, since only two different values can be assigned to their pixels. An important signal processing problem arising here is the determination of the binary signal to be written on the SLM among the possible ones such that the desired light field is generated to the best extent. Many of the proposed methods do not produce satisfactory results in terms of error rate, computational performance or light efficiency. We propose an optical setup to be placed in front of the binary SLM and the associated signal processing algorithm. The proposed system uses a 4-f setup and a periodic mask is placed to the Fourier plane. As a result, the binary SLM is convolved with a series of regularly spaced impulse functions and we get a new SLM which is smaller in pixel count compared to binary SLM but which can provide 16-bit full complex modulation. It becomes easier to generate the desired light field with this new SLM. Also, the required computations are carried out in a fast manner to enable real-time operation.

1. Giriş

Üç Boyutlu Televizyon (3BTv) için kullanılan önemli tekniklerden birisi de holografidir.^[1,2] Bu yöntemde, üç boyutlu (3B) bir sahneden çıkan ışığı temsil eden iki boyutlu (2B) karmaşık değerli sinyal, bir düzlem üzerinde kaydedilir. Bu 2B karmaşık değerli sinyal, daha sonra özel bir 2B ekranın üzerine yazılır. Bu 2B ekran aydınlatıldığında ortaya çıkan ışık, asıl 3B sahneden çıkan ışığın aynısıdır. İzleyicilerin bu ışıkla etkileşmesi sonucu 3B görme sağlanır.

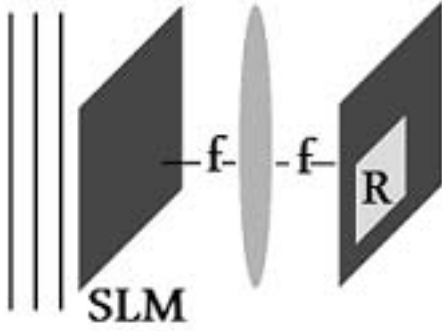
Holografik 3BTv'de, ekran olarak 2B uzamsal ışık modülatörleri (spatial light modulators (SLM)) kullanılır. SLM'ler, yanyana dizilmiş belli sayıda pikselden oluşur ve bu piksellere karmaşık sayılar yazılabilir. Böylece, bir SLM'in üzerine karmaşık değerli ayrık iki boyutlu (2B) bir sinyal yazılabilir. İdeal bir SLM'in pikselleri herhangi bir karmaşık sayıya ayarlanabilir. Ancak pratik bir SLM'in pikselleri için bu durum geçerli değildir. Bazı SLM'ler sadece faz, bazıları sadece genlik değişimi sunarken, bazılarının pikselleri de sadece sınırlı sayıda bir kaç karmaşık değere ayarlanabilir. En sınırlı modülasyon yapanlar ise ikili SLM'lerdir. Bu SLM'lerin pikselleri yalnızca iki olası değerden birine ayarlanabilir. Örnek olarak, ikili-genlik (binary-amplitude) SLM'lerde, pikseller yalnızca 0'a (ışık geçirmez) ya da 1'e (ışığı olduğu gibi geçirir) ayarlanabilir.

Bu noktada karşımıza ilginç bir sinyal işleme ve nicemleme (quantization) problemi çıkmaktadır. Bu problem, uzayın belirli bir bölgesinde, istenilen bir ışık dağılımını olabilecek en iyi şekilde yaratmak üzere ikili SLM'in üzerine yazılacak olan ikili ayrık 2B sinyalin saptanmasıdır.

Bu problem, bugüne kadar en çok 1. şekilde gösterilen düzenek çerçevesinde incelenmiştir.

Bu düzenekte, esas itibari ile, sağdaki 2B sinyal soldaki 2B sinyalin 2B Fourier dönüşümüdür. İkili SLM, soldaki düzleme yerleştirilir. Dolayısı ile, sağdaki düzlemde, ikili SLM'in 2B Fourier dönüşümü oluşur. Amaç, R ile gösterilen bölge içerisinde istenilen 2B ışık alanını yaratacak ikili sinyalin saptanmasıdır. R dışında kalan bölge serbest bölgedir. Bir maske yardımı ile, sadece R içine düşen ışığın geçişine izin verilmektedir.

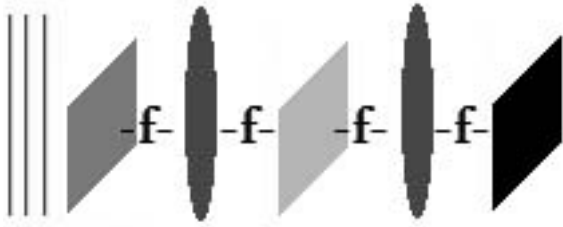
Problemin çözümü için bugüne kadar yinelemeli ve yinelemesiz pek çok yöntem önerilmiştir. Belli başlı yöntemler direk ikili araştırma^[3], hata difüzyonu^[4] ve yinelemeli Fourier



Şekil 1: 2-f düzeneği. İkil SLM, soldaki düzleme yerleştiriliyor. Sağdaki düzlemde, 2B Fourier dönüşümü oluşuyor. Amaç, sağdaki düzlemdeki R ile gösterilen bölge üzerinde, istenilen bir ışık alanını yaratmak.

dönüşümü^[5] algoritmasıdır. Genel olarak yinelemeli yöntemler hata oranı ve ışık verimliliği açısından daha başarılı görünse de, hesaplama performansı olarak yinelemesiz yöntemler daha iyidir. Ancak bu yöntemlerin hiç birisi kaliteli 3B görüntülerin gerçek zamanda yaratılması açısından tatmin edici değildir.

Biz bu çalışmamızda, 1. şekilde gösterilen ve en yoğun çalışılmış olan düzeneğin yerine 2. şekilde gösterilen düzeneği öneriyoruz. Bu yeni düzenek, fiziksel olarak daha karmaşık olmasına rağmen, aşağıda açıklanacağı üzere, ikili SLM'in kapasitesini daha verimli kullanmaktadır. Ayrıca, istenilen bir ışık alanını yaratmak için yapılması gereken hesaplamalar, gerçek zamanlı operasyonu mümkün kılacak şekilde hızlı yapılabilmektedir.



Şekil 2: Önerdiğimiz 4-f düzeneği. Soldan sağa: Aydınlatma ışığı, girdi düzlemi (ikili SLM bu düzleme yerleştirilecek), ince kenarlı mercek I, Fourier düzlemi maskesi, ince kenarlı mercek II, çıktı düzlemi maskesi. İstenilen ışık alanı, çıktı düzleminde, maskenin sağında oluşuyor.

2. Önerilen Yöntem

Bu bölümde, önerdiğimiz yöntemi anlatacağız. Anlaşılma kolaylığı sağlamak için de, bir örnekten faydalanacağız.

2. şekil, bizim önerdiğimiz 4-f düzeneğini göstermektedir. Bu düzenekte, girdi düzlemindeki 2B ışık sinyaline $u_I(x, y)$, ortadaki Fourier düzleminin hemen solundaki 2B sinyale $u_{F-}(x, y)$, aynı düzlemin hemen sağındaki 2B sinyale $u_{F+}(x, y)$, ve çıktı düzleminin hemen solundaki ve sağındaki sinyallere de sırası ile $u_{O-}(x, y)$ ve $u_{O+}(x, y)$ diyelim.

Fourier düzleminde koyduğumuz maskeyi $m_F(x, y)$, çıktı düzlemindeki maskeyi ise $m_O(x, y)$ ile ifade edelim. Dolayısı ile, $u_{F+}(x, y) = m_F(x, y)u_{F-}(x, y)$ ve $u_{O+}(x, y) = m_O(x, y)u_{O-}(x, y)$ olur. Birtakım sabitleri ve kordinat eksenini ölçeklemelerini ihmal edersek, şu ilişkileri yazabiliriz:

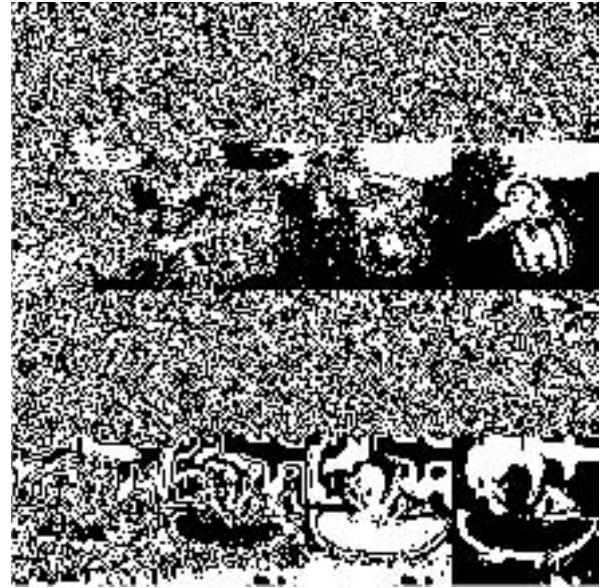
$$u_{F-}(x, y) = \mathcal{F}_{2D} \{u_I(\mu, \nu)\} \quad (1)$$

$$u_{O-}(x, y) = \mathcal{F}_{2D}^{-1} \{u_{F+}(\mu, \nu)\} \quad (2)$$

$$u_{O-}(x, y) = u_I(x, y) \star \star \mathcal{F}_{2D}^{-1} \{m_F(\mu, \nu)\} \quad (3)$$

Burada 3. denklemdaki $\star \star$, 2B evriştirilmeyi (convolution) belirtiyor. Aynı denklem, $u_I(x, y)$ ile $u_{O-}(x, y)$ arasında, bir 2B doğrusal zamanda değişmez (LTI) sistem ilişkisi olduğunu gösteriyor. Bu sistemin dürtü tepkisine $h(x, y)$ dersek, $h(x, y) = \mathcal{F}_{2D}^{-1} \{m_F(\mu, \nu)\}$ olduğunu görürüz.

İlk olarak, Şekil 2'de gösterilen girdi düzleminde ikili SLM'i yerleştirelim. İkil SLM'in geçirgenlik fonksiyonuna $b(x, y)$ diyelim. İkil SLM'i dik gelen bir düzlemsel dalga ile aydınlattığımızı varsayalım. Bu durumda, girdi düzlemindeki ışık dağılımı (bir başka deyişle, ikili SLM'in hemen sağındaki ışık sinyali) $u_i(x, y) = b(x, y)$ olur. Örnek olarak, ikili SLM 1024×1024 pikselden oluşsun. (k, l) 'inci pikselin değeri $b[k, l]$ ile ifade edilsin. Her bir piksel yalnızca 0 (ışık geçirmez) ya da 1 (ışığı olduğu gibi geçirir) değerlerine ayarlanabilsin. Bir pikselin çevresindeki olası boşluklar ile birlikte kapladığı fiziksel alan $\Delta \times \Delta$ olsun. Böylece, ikili SLM'in fiziksel boyutları $1024\Delta \times 1024\Delta$ olur. 3. şekil, 1024×1024 boyutundaki ikili bir SLM'i ve üzerine yazılan örnek sinyalinizi göstermektedir.



Şekil 3: 1024×1024 ikili SLM

Şimdi, kendimize amaç olarak, elimizdeki ikili SLM'i kullanarak, 16-bit (8-bit gerçek 8-bit sanal) modülasyon yapabilen (her bir pikseli $2^{16} = 65384$ farklı karmaşık değer sağlayabilen) yeni bir SLM yaratmayı hedefleyelim. Böyle bir SLM ile, istenilen ışık alanının yaratılması çok daha kolay olacaktır. Dikkat edilirse, ikili SLM üzerine $1024 \times 1024 \times 2$ bitlik bilgi yazabiliriz. Elimizdeki bilgi miktarını arttıramayacağımıza göre, yeni SLM'in piksel sayısının

256 × 256 olması olabilecek en iyi durumdur. Böylece, yeni SLM'daki bilgi miktarı olan 256 × 256 × 16 = 65384 bit, ikili SLM'daki bilgi miktarına eşit olur.

Acaba bu yeni SLM'i nasıl yaratabiliriz?

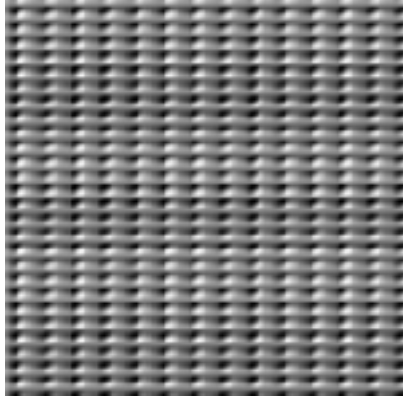
Şekil 2'de gösterilen düzeneğin Fourier düzlemine koyduğumuz maske, aşağıdaki gibi olsun:

$$m_F(x, y) = \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 w_{pq} e^{-j2\pi(xp256\Delta + yq256\Delta)} \quad (4)$$

Bu maske, periyodik bir maskedir. Burada, w_{pq} katsayıları da şu şekilde olsun:

$$\begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & w_{02} & w_{03} \\ w_{10} & w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{20} & w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{30} & w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j2^7 & j2^6 & j2^5 & j2^4 \\ j2^3 & j2^2 & j2^1 & j2^0 \\ 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

4. şekil, bu periyodik maskenin bir bölümünü gösteriyor.



Şekil 4: Fourier düzlemine yerleştirilecek periyodik maskenin gerçek kısmı

Bu maskenin ima ettiği dürtü tepkesi de,

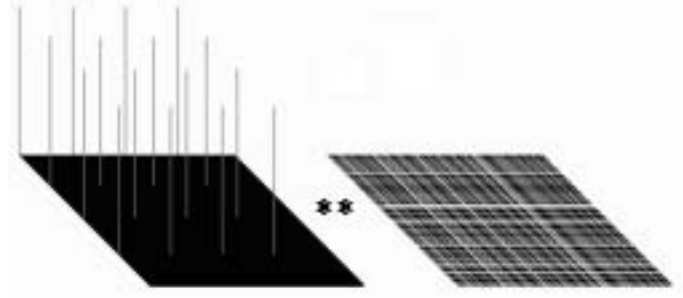
$$\begin{aligned} h(x, y) &= \mathcal{F}_{2D}^{-1} \{m_f(x, y)\} \\ &= \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 w_{pq} \delta(x - p256\Delta, y - q256\Delta) \end{aligned} \quad (6)$$

şeklinde olur. Görüldüğü üzere, $h(x, y)$, araları SLM boyutunun dörtte biri kadar olan farklı şiddeteki 16 dürtüden oluşmaktadır. 5. şekil, bu dürtü tepkesini ve bunun ikili SLM ile evriştirilmesini gösteriyor.

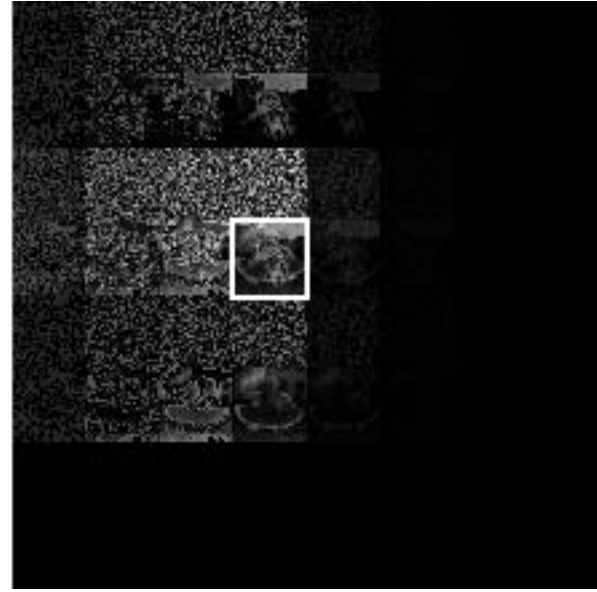
6. denklemdaki dürtü tepkesinin etkisini düşünürsek görürüz ki; $u_{O-}(x, y)$ sinyali, $u_I(x, y) = b(x, y)$ 'nin 16 farklı katsayı (w_{pq}) ile ağırlıklandırılmış ve 16 farklı mesafeye ($(p256\Delta, q256\Delta)$) ötelenmiş versiyonlarının üst üste eklenmesi ile elde ediliyor. Matematiksel olarak,

$$\begin{aligned} u_{O-}(x, y) &= u_I(x, y) \star \star h(x, y) \\ &= \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 w_{pq} b(x - p256\Delta, y - q256\Delta) \end{aligned} \quad (7)$$

oluyor. 6. şekil, 3. şekilde gösterilen ikili SLM'in, 5. şekilde anlatılan işlemden geçmesi ile edilen çıktı sinyalinin ($u_{O-}(x, y)$) genliğini gösteriyor.



Şekil 5: LTI 4-f sisteminin dürtü tepkesi ve ikili SLM ile evriştirilmesi (dürtüler farklı şiddetlere sahiptir)



Şekil 6: Çıktı düzleminde maskeden önce elde edilen ışık sinyali (genlik). Kare içindeki bölümün büyütülmüş hali 7. şekilde görülmektedir.

Bu durumda, $u_{O-}(x, y)$ sinyalinin, $768\Delta \leq x < 1024\Delta$ ve $768\Delta \leq y < 1024\Delta$ aralığında incelersek (6. şekilde kutu içinde gösterilen bölge), ortaya 256 × 256 pikseli olan yeni bir SLM çıktığını görürüz. Bu yeni SLM'in de pikselleri $\Delta \times \Delta$ büyüklüğündedir.

Bu yeni SLM'in piksellerini $d[m, n]$ ile ifade edelim. O durumda, örnek olarak, yukarıda tarif edilen 256 × 256 boyutundaki yeni SLM'in $[0, 0]$ 'inci pikselinin değerinin ($d[0, 0]$), aşağıdaki matrisin elemanlarının toplamı şeklinde oluştuğunu görürüz:

$$\begin{bmatrix} 2^0 b[0, 0] & 2^1 b[0, 256] & 2^2 b[0, 512] & 2^3 b[0, 768] \\ 2^4 b[256, 0] & 2^5 b[256, 256] & 2^6 b[256, 512] & 2^7 b[256, 768] \\ j2^0 b[512, 0] & j2^1 b[512, 256] & j2^2 b[512, 512] & j2^3 b[512, 768] \\ j2^4 b[768, 0] & j2^5 b[768, 256] & j2^6 b[768, 512] & j2^7 b[768, 768] \end{bmatrix} \quad (8)$$

İkili SLM piksellerinin, 0 ya da 1 değeri alabildiğini de hatırlarsak, yukarıdaki ifade bize gösterir ki, $d[0, 0] = R + jI$ ise, $R \in \{0, 1, \dots, 255\}$ ve $I \in \{0, 1, \dots, 255\}$ şeklindedir.

Yani, yeni SLM'in pikselleri, 16 bitlik karmaşık sayılara (8 bit gerçek, 8 bit sanal) ayarlanabilir. Görüldüğü üzere, ikili SLM üzerindeki 16 ikili piksel, farklı ağırlıklar ile toplanmış ve yeni SLM'in bir pikselinin değerini belirlemiştir. Yeni SLM'in $[0, 0]$ 'inci pikseli için örnek olarak verilmiş bu durum, diğer pikseller için de geçerlidir. Bir başka deyişle, ikili SLM üzerindeki ikili pikseller, 16'şarlı gruplara ayrılmıştır, ve her bir grup, yeni SLM'in bir pikselinin değerini belirlemektedir.

7. şekilde, 3. şekilde gösterilen ikili SLM'i, 2. şekilde gösterilen sistemimiz ile işleyerek elde ettiğimiz yeni SLM üzerinde oluşan 256×256 16-bitlik karmaşık değerli sinyali görmekteyiz. Bu sinyal, aynı zamanda, 6. şekilde kutu içinde gösterilen bölgedeki sinyaldir.



Şekil 7: Yeni SLM ve üzerinde oluşan 16-bitlik ışık sinyali. (Sol) Gerçek kısım (Sağ) Sanal kısım

Son olarak, çıktı düzleminde, yalnızca yeni SLM'i bırakacak biçimde bir maske kullanırsak (6. şekilde kare içinde gösterilen bölge), düzeneğimiz tamamlanmış olur. Yani, eğer $768\Delta \leq x < 1024\Delta$ ve $768\Delta \leq y < 1024\Delta$ ise $m_O(x, y) = 1$, öteki türlü $m_O(x, y) = 0$ olmalıdır.

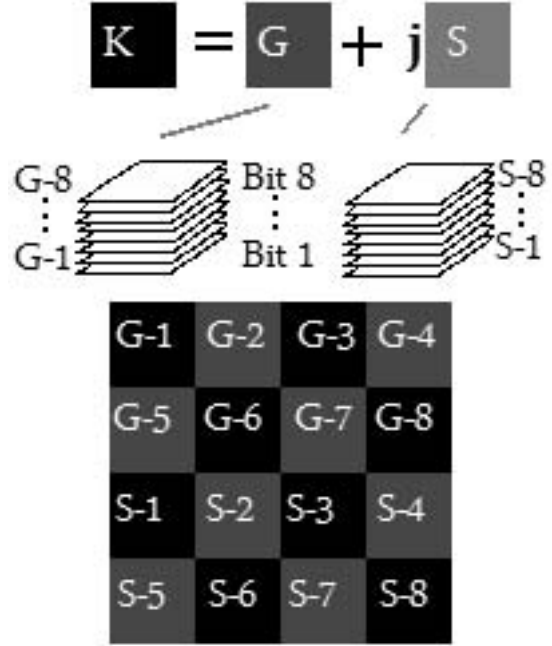
3. Vargılar

Bir önceki bölümde gördük ki, 2. şekildeki sistemin girdi düzlemine ikili SLM, Fourier düzlemine ise 4. şekilde gösterilen periyodik maske yerleştirildiğinde, çıktı düzleminde, uygun maskelemeden sonra, boyutu daha küçük (ikili SLM'in boyutunun $\frac{1}{16}$ 'sı) ancak pikselleri 16-bit karmaşık değerler alabilen yeni bir SLM'i ideal şartlar altında (lenslerin ve Fourier düzlemi maskesinin mükemmel olması) sıfır hata ile elde ediyoruz. İsteddiğimiz bir 3B sahneye ait olan ışığı yaratmak için, bu yeni SLM'in doğru şekilde ayarlanması (piksellerine doğru karmaşık değerlerin yazılması) artık çok daha kolay, çünkü yeni SLM neredeyse tam karmaşık değerli modülasyon sağlıyor.

Beklediğimiz gibi, bu süreç esnasında, bilgi içeriği korunuyor (mesela, önceki bölümdeki örneğimizde hem girdi sinyalinin (1024×1024 ikili SLM üzerindeki sinyal) hem de çıktı sinyalinin (256×256 yeni SLM üzerindeki sinyal) toplam bilgi içeriği de $1024 \times 1024 \times 16 \text{ bit} = 256 \times 256 \times 16 \text{ bit} = 2^{20} \text{ bit}$). Aynı bilgi, sadece daha kolay kullanılabilir bir şekilde sokuluyor.

Bir önceki bölümde incelediğimiz örneğe tersten bakalım. Amacımız, çıktı düzlemindeki 256×256 boyutlu yeni SLM'in üzerine, Şekil 7'de gösterilen 256×256 boyutundaki 16-bitlik sinyali yazmak olsun. Bu durumda, yapmamız gereken tek şey, Şekil 7'de verilen 16-bitlik resimlerin iki tabanındaki

çözümlemesini yapmak (bit düzlemi çözümlemesi - bit plane slicing), ve elde edilecek 256×256 boyutundaki ikili sinyalleri, 1024×1024 boyutundaki ikili SLM'in ilgili bölgelerine, 3. şekildeki gibi yazmak. Yani, bundan önceki çalışmalarda kullanılanlar gibi, yinelemeli ve hesaplama karmaşıklığını artıran yöntemlere ihtiyacımız kalmıyor. Şekil 8, bu süreci sergiliyor. Bu noktada görüyoruz ki, istenilen 16-bitlik bir çıktı sinyali için gerekli olan ikili sinyalin hesaplanması oldukça kolay, ve gerçek zamanlı olarak yapılabilir. Böylece önerdiğimiz sistemin, holografik video uygulamaları için de elverişli olduğunu görüyoruz.



Şekil 8: (K-Karmaşık, G-Gerçek, S-Sanal). Yeni SLM'in üzerine yazılması planlanan küçük boyutlu 16-bitlik karmaşık resmin gerçek ve sanal kısımlarının bit düzlemi çözümlemesi yapılıyor. (Örnek olarak G-8, gerçek kısmın en önemli bitini (most significant bit) içeren ikili resimdir.) Elde edilen ikili resimler, ikili SLM'in ilgili bölgelerine yazılıyor.

4. Kaynakça

- [1] www.3dtv-research.net
- [2] H. M. Ozaktas, L. Onural, ed. Three-Dimensional Television Capture, Transmission, Display Springer, 2007.
- [3] M. A. Seldowitz, J. P. Allebach, D. W. Sweeney, "Synthesis of digital holograms by direct binary search", *Applied Optics* Vol. 26 pp. 2788-2798, 1987.
- [4] R. Eschbach "Comparison of error diffusion methods for computer generated holograms", *Applied Optics* Vol. 30 pp. 3702-3710, 1991.
- [5] F. Wyrowski, O. Bryngdahl, "Iterative Fourier transform algorithm applied to computer holography", *Journal of the Optical Society of America A* Vol. 5 pp. 1058-1065, 1988.