

Zaman Gecikmeli Ölçümler Altında H_∞ -Süzgeç Tabanlı Hedef İzleme H_∞ -Filter Based Target Tracking Under Time Delayed Measurements

Ezgi Ateş

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi, Ankara
ates@ee.bilkent.edu.tr

Hitay Özbay

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi, Ankara
hitay@bilkent.edu.tr

ÖZETÇE

Bu makalede sürekli zamanda çalışan bir süreç için zaman gecikmeli gözlemler altında H_∞ kestirimi incelenmiş ve yeni bir süzgeç yapısı önerilmiştir. Örnek olarak bir hedef izleme sorunu ele alınmış ve geleneksel H_2 -optimal süzgeci ile önerilen H_∞ -optimal süzgecinden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

ABSTRACT

In this paper a new filter structure is proposed for the H_∞ estimation under delayed measurements for continuous time processes. As an example, target tracking problem is considered and results obtained from the classical H_2 -optimal and the proposed H_∞ -optimal filters are compared.

1. GİRİŞ

Zaman gecikmeli sistemler için H_∞ -süzgeç tasarlama sorunu son 10 yıl içerisinde [1, 2, 3, 4, 5] gibi çalışmalarda ele alınmış ve Lyapunov tabanlı yöntemler kullanılarak birtakım doğrusal matris eşitsizliklerinin çözümlerinden alt-optimal sonuçlara varılmıştır. Değişik varsayımlar altında ve/veya değişik sistemler için bu yöntemin uzantısı [6, 7] çalışmalarında yer almaktadır. Konu üzerinde elde edilen daha eski sonuçlar ve geniş kaynakça için bakınız [8, 9]. Sürekli zamanda türevsel denklemler ile modellenen sistemlerde zaman gecikmesi olduğu durumda sistem sonsuz boyutlu olmaktadır. Bu tür sistemler için kestirim veya denetim yöntemleri tasarlamak aynı işleri kesik zamanda gecikme içeren (sonlu boyutlu) sistemler için yapmaya nazaran daha zordur. Bu çalışmada süzgeç tasarımı bir model uyarlama sorununa dönüştürülmüş ve süzgeçleme ile kontrol arasındaki benzeşimden faydalanılmıştır. Aynı yaklaşım [10] çalışmasında da yer almış ve yüksek dereceli bir model için süzgeç tasarlanmıştır. Burada ikinci derece bir model (sabit hız + kısa süreli sabit ivme) ele alınmış ve düşük dereceli sistemler için süzgeç tasarımının hesaplama ayrıntılarına ve *süzgecin kararlı gerçekleşmesi* üzerine yoğunlaşmıştır. Bu konuya genel yaklaşımın anlatıldığı [10]'de verilen örneğin bir benzeri burada ele alınmış ve [11]'de yapılan gözlemler kullanılarak H_∞ -süzgeç yapısındaki alt-blokların [10] çalışmasındakilerden daha düşük dereceli transfer fonksiyonlar ile gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir.

Değişik sinyal işleme sorunlarını model uyarlama sorununa dönüştürmek sık görülen bir yaklaşımdır, örnekler için [12, 13, 14]'e ve bunların kaynakça listesine bakınız. Sürekli zamanda çalışan zaman gecikmeli sistemler için daha önce elde edilen H_∞ -model uyarlama tekniklerini (bakınız [15]) kullanarak [10] hedef takibi için bir H_∞ -süzgeç elde etmiştir. Bu çalışmada [11]'de verilen H_∞ -denetleyici yöntemi kullanılmış ve [10]'de önerilen süzgeçte sadeleştirme yapılmıştır.

Makalenin ikinci bölümünde, ele alınan sistem tanımlanmıştır. Süzgeç tasarlama problemi bu bölümde bir model uyarlama sorununa dönüştürülmüştür. Üçüncü bölümde, bu tür gecikmeli sistemler için tasarlanan H_∞ -denetleyicisi kullanılarak yeni bir süzgeç yapısı elde edilmiş ve süzgecin kararlı bir şekilde gerçekleşmesi için alt yapıları incelenmiştir. Dördüncü bölümde, bu yaklaşım hedef izleme sorununa uygulanmış ve H_2 ve H_∞ süzgeçlerinin değişik durumlar altında performansları karşılaştırılmıştır.

2. HEDEF İZLEME: SORUN TANIMI

Bu çalışmada hedef izleme sorununa önerilen yöntemi en sade biçimde sunmak için bir boyutlu hareket ele alınacaktır. Ayrıca, hedef izleme sorunu herhangi bir doğrusal sistemin durum kestirimine örnek teşkil etmektedir. Dolayısıyla, burada incelenen yöntem [10] makalesinde anlatıldığı gibi daha genel durum kestirimi sorunlarına da uygulanabilir.

Bir boyutta hareket eden bir aracın (hedef) durum denklemleri konum, $x_p(t)$, ve hız, $x_v(t)$, için aşağıdaki gibidir:

$$\dot{x}_p(t) = x_v(t) \quad (1)$$

$$\dot{x}_v(t) = \frac{1}{M}F_x(t) \quad (2)$$

burada M aracın kütlesi ve $F_x(t)$ de uygulanan kuvveti gösterir. Denklem (2)'de hedefin manevrasına yol açan $\frac{1}{M}F_x(t)$ terimi bir süreç gürültüsü (yani hedefi takip eden için bilinmeyen bir bozucu etki), $w_p(t)$, olarak düşünülebilir. Hedefin konumunun gecikme ve ölçüm gürültüsü etkileri altında durum denklemleri $x_1 = x_p$, $x_2 = x_v$ tanımlarıyla yeniden şöyle yazılabilir:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (3)$$

$$\dot{x}_2(t) = w_p(t) \quad (4)$$

$$y(t) = x_1(t - h_0) + w_0(t) \quad (5)$$

Burada $y(t)$ alınan ölçümleri, $w_0(t)$ ölçüm gürültüsünü, h_0 ise çiktıdaki gecikmeyi gösterir. Bu sistemin, zamanın h_1 saniye

ilerisindeki konumu tahmin edilmek istendiğinde takip edilmek istenen değişken $z(t)$ şöyle tanımlanabilir:

$$z(t) = x_1(t + h_1). \quad (6)$$

Sistemin ileriye yönelik konum tahmini için, ölçüm $y(t)$ nedensel bir süzgeç $Q(s)$ 'ten geçirilebilir; bu durumda $z(t)$ için yapılan kestirim $\hat{z}(t)$, Laplace dönüşümü kullanıldığında,

$$\hat{Z}(s) = Q(s)Y(s) \quad (7)$$

olarak gösterilebilir.

Hedefin hareketini sağlayan süreç gürültüsü ile ölçüm gürültüsü aynı seviyelerde olmayacağı için bir ölçeklendirme katsayısı, ρ , tanımlayarak sisteme dışardan giren sinyalleri şöyle yazabiliriz:

$$w(t) := \begin{bmatrix} w_p(t) \\ w_0(t) \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} w_1(t) \\ \rho w_2(t) \end{bmatrix}. \text{ Kestirim hatası}$$

$$e(t) = z(t) - \hat{z}(t) \quad (8)$$

olarak tanımlandığında, H_∞ optimal süzgeç tasarımı aşağıdaki maliyet fonksiyonunu en küçük yapar:

$$\sup_{w \neq 0} \frac{\|e\|_2}{\|w\|_2}. \quad (9)$$

Hata, (5) – (8) denklemleri altında frekans alanında

$$E(s) = e^{h_1 s} X_1(s) - Q(s)[e^{-h_0 s} X_1(s) + W_0(s)] \quad (10)$$

olarak gösterilebilir. Ölçüm gecikmesi ve kestirim süresinin toplamını $h := h_0 + h_1$ olarak tanımlırsak (10) denklemi

$$e^{-h_1 s} E(s) = (I - Q(s)e^{-hs})X_1(s) - Q(s)W_0(s) \quad (11)$$

olarak yazılabilir. Sistemin frekans alanında konumu, $X_1(s)$, (3) ve (4) eşitliklerinden

$$X_1(s) = \frac{1}{s^2} W_p(s) \quad (12)$$

olarak bulunur. Tipik olarak süreç gürültüsü, $w_p(t)$, takip edilen hedefe kısa süreli manevralar yaptıran bir kısa süreli vurumlardan oluşan bir sinyal olarak modellenir. Böylece hedef izleme sorunu bir H_∞ model uyarılma sorununa dönüştürülmüştür:

$$\sup_{w \neq 0} \frac{\|e\|_2}{\|w\|_2} = \|[H_Q(s) \quad -\rho Q(s)]\|_\infty, \quad (13)$$

$$H_Q(s) := \frac{1}{s^2}(1 - e^{-hs}Q(s)). \quad (14)$$

Burada, $w_p(t)$ girdisinden $e(t - h_1)$ çıktısına olan transfer fonksiyonu, $H_Q(s)$, *hata sistemi* olarak adlandırılabilir.

3. H_∞ OPTİMAL SÜZGEÇ TASARIMI

3.1. Süzgeç Parametrelerinin Hesaplanması

Denkem (14)'ün sağ tarafındaki normu en küçük yapan kararlı bir $Q(s)$ bulunması aşağıda tanımlanan H_∞ -karma duyarlılık azaltımı problemine denktir:

$$\gamma_o = \inf_{Q \in H_\infty} \left\| \begin{bmatrix} H_Q(s) \\ -\rho Q(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty. \quad (15)$$

En küçük maliyet değeri γ_o aşağıdaki H_∞ -optimal süzgeç tarafından sağlanır, [15],

$$Q(s) = \frac{(1 - \gamma^2 s^4)L(s)}{\gamma s^2 (\rho s^2 + a_\gamma s + b_\gamma) + e^{-hs}L(s)} \quad (16)$$

$\gamma = \gamma_o$ ve diğer terimler aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$a_\gamma := \sqrt{2\rho\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{\gamma^2}}}, \quad b_\gamma := \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{\gamma^2}}.$$

Optimal süzgeçte yer alan $L(s)$ teriminin hesabı için aşağıdaki işlemler yapılır, bakınız [11]. Önce $L(s)$ 'in yapısı belirlenir:

$$L(s) = \pm \frac{1 - \phi s}{1 + \phi s}. \quad (17)$$

Daha sonra kompleks düzlemde γ 'ya bağlı şu noktalar tanımlanır:

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}, \beta_2 = \frac{j}{\sqrt{\gamma}}, \beta_3 = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}}, \beta_4 = -\frac{j}{\sqrt{\gamma}}. \quad (18)$$

Şimdi $Q(s)$ 'in şu aradeğerleme koşullarını sağlaması gerekmektedir:

$$0 = 1 + e^{-hs} \frac{\gamma s^2}{\rho s^2 + a_\gamma s + b_\gamma} L(s) \Big|_{s=\beta_i}, \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

Denklem (19) içinde $\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$ ve $\beta_2 = \frac{j}{\sqrt{\gamma}}$ değerleri yerine konulduğunda

$$\phi = \sqrt{\gamma} \frac{1 \pm \frac{e^{-\frac{h}{\sqrt{\gamma}}}}{\frac{\rho}{\gamma} + \frac{a_\gamma}{\sqrt{\gamma}} + b_\gamma}}{\pm \frac{e^{-\frac{h}{\sqrt{\gamma}}}}{\frac{\rho}{\gamma} + \frac{a_\gamma}{\sqrt{\gamma}} + b_\gamma} - 1} = \frac{j}{\sqrt{\gamma}} \frac{1 \pm \frac{e^{-\frac{jh}{\sqrt{\gamma}}}}{\frac{\rho}{\gamma} - \frac{ja_\gamma}{\sqrt{\gamma}} - b_\gamma}}{\pm \frac{e^{-\frac{jh}{\sqrt{\gamma}}}}{\frac{\rho}{\gamma} - \frac{ja_\gamma}{\sqrt{\gamma}} - b_\gamma} - 1} \quad (20)$$

eşitlikleri elde edilir.

Yukarıdaki denklemleri sade bir biçimde yazabilmek için

$$x := \rho/\gamma \quad \tilde{h} := h/\sqrt{\rho}$$

$$r_\gamma := \frac{e^{-\tilde{h}\sqrt{x}}}{x + \sqrt{1-x^2} + \sqrt{2x}\sqrt{1-x^2}} \quad (21)$$

$$q_\gamma := \frac{e^{-j\tilde{h}\sqrt{x}}}{x - \sqrt{1-x^2} - j\sqrt{2x}\sqrt{1-x^2}} \quad (22)$$

tanımlarını yapalım. Bu durumda (20) bize şu koşulu verir:

$$\frac{1 - r_\gamma}{1 + r_\gamma} = \pm j \frac{1 - q_\gamma}{1 + q_\gamma}. \quad (23)$$

Bu eşitliğin iki tarafı arasındaki mutlak fark

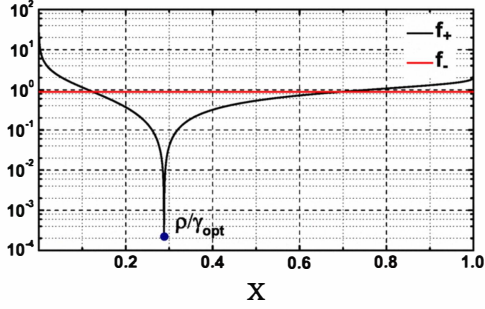
$$f_\pm := \left| \frac{1 - r_\gamma}{1 + r_\gamma} \mp j \frac{1 - q_\gamma}{1 + q_\gamma} \right| \quad (24)$$

olarak tanımlanırsa, en küçük maliyet, γ_o , f_\pm fonksiyonunu + veya - işaretle sıfır yapan en küçük $x \in (0, 1)$ değerinden bulunur. Yani, $x \in (0, 1)$ aralığında $f_+(x) = 0$ ve $f_-(x) = 0$ çözümleri araştırılır, en küçük çözüm x bize optimum $\gamma = \rho/x$ değerini verir. Ayrıca, hangi işaret (+ veya -) kullanılarak

bu en küçük x bulunuyorsa süzgeçi tanımlayan $L(s)$ fonksiyonunun (17)'deki gösteriminde de aynı işaret kullanılır.

Sayısal değerler olarak $h = 1$ ve $\rho = 0.25$ alındığında f_{\pm} fonksiyonunu en küçük yapan x değerinin hesaplanması Şekil 1 ile gösterilmiştir. Görüldüğü üzere bu örnekte $+$ işareti için f_{+} 'i sıfır yapan en küçük $x = 0.2882$ bulunmuştur. Dolayısıyla $\gamma_o = 0.2882\sqrt{0.25} = 0.1441$ elde edilir. Buradan da $L(s)$ 'i tanımlayan ϕ değeri (20) ile hesaplanır ve çıkan $L(s)$ şu olur:

$$L(s) = \frac{1 - \phi s}{1 + \phi s} = \frac{1 - \frac{\phi}{\sqrt{\rho}} s \sqrt{\rho}}{1 + \frac{\phi}{\sqrt{\rho}} s \sqrt{\rho}}. \quad (25)$$



Şekil 1: $h = 1$ ve $\rho = 0.25$ için $f_{\pm}(x)$ değerleri.

3.2. Sonlu Dürtü Yanıtı ve Düşük Dereceli Sistemler Kullanılarak Tasarlanan Süzgecin Kararlı Gerçeklenmesi

Optimal süzgeç $Q(s)$ 'in (16) ile gösterimi 4 adet kutup sıfır sadeleştirilmesi içermektedir (β_1, \dots, β_4 noktalarında). Dolayısıyla süzgecin kararlı bir biçimde gerçekleşmesi önemli bir sorundur. Bunun için ilk olarak şu gösterimden yola çıkacağız:

$$Q(s) = \left(\frac{\gamma s^2 (\rho s^2 + a_{\gamma} s + \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{\gamma^2}}) L^{-1}(s) + e^{-hs}}{1 - \gamma^2 s^4} \right)^{-1} \quad (26)$$

ve $\tilde{\phi} := \phi/\sqrt{\rho}$, $\tilde{s} := \sqrt{\rho} s$ tanımlarını yapacağız.

Bu durumda $Q(s)$ şu şekilde yeniden yazılabilir, [16]:

$$Q(s) = \frac{x^{-1} (1 - \tilde{\phi} \tilde{s}) \left(-\tilde{\phi} (\tilde{s} + \sqrt{2b_{\gamma}}) \right)^{-1}}{1 - \left(-\tilde{\phi} (\tilde{s} + \sqrt{2b_{\gamma}}) \right)^{-1} \left(1 + \frac{B(\tilde{s})}{\tilde{s}^4 - x^2} \right)} \quad (27)$$

Yukarıdaki gösterimin en önemli noktası Q süzgecinin birinci derece kararlı sistemler ile $(1 + \frac{B(\tilde{s})}{\tilde{s}^4 - x^2})$ teriminin geri beslemesi olarak gerçekleştirilebileceğini göstermesidir. Burada $\frac{B(\tilde{s})}{\tilde{s}^4 - x^2} =$

$$\frac{(\sqrt{2b_{\gamma}} + \tilde{\phi} b_{\gamma}) \tilde{s}^3 + b_{\gamma} \tilde{s}^2 + \tilde{\phi} x^2 \tilde{s} + x^2 (1 + \tilde{\phi} \sqrt{2b_{\gamma}})}{\tilde{s}^4 - x^2} + \frac{x(1 - \tilde{\phi} \tilde{s}) e^{-\tilde{h} \tilde{s}}}{\tilde{s}^4 - x^2} \quad (28)$$

olarak tanımlanmıştır. Şimdi

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ x^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$C = [x^2(1 + \tilde{\phi} \sqrt{2b_{\gamma}}) \quad \tilde{\phi} x^2 \quad b_{\gamma} \quad (\sqrt{2b_{\gamma}} + \tilde{\phi} b_{\gamma})] \quad (30)$$

olarak tanımlarsak, şu eşitliğin sağlandığı anlaşılır:

$$-C e^{A\tilde{h}} = [x \quad -\tilde{\phi} x \quad 0 \quad 0]. \quad (31)$$

Böylece (28) denklemindeki gösterim

$$\frac{B(\tilde{s})}{\tilde{s}^4 - x^2} = C(sI - A)^{-1} B - C e^{-\tilde{h}(sI - A)} (sI - A)^{-1} B \quad (32)$$

şeklinde de yazılabilir; yani (32) ile gösterilen terim bir FIR süzgeçtir:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{B(\tilde{s})}{\tilde{s}^4 - x^2} \right\} = h(t) = \begin{cases} C e^{At} B & 0 \leq t \leq \tilde{h} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (33)$$

3.3. H_2 Optimal Süzgeç

Yukarıda tartışılan hedef takibi için maliyet fonksiyonunu şimdi şu şekilde değiştirelim: $H_Q(s)$ aynı (14)'deki gibi,

$$\gamma_2 := \inf_{Q \in H_{\infty}} \| [H_Q(s) \quad -\rho Q(s)] \|_2.$$

Bir seri içsel-dışsal çarpanlara ayırma yöntemiyle (bakınız [15]) bu sorun aşağıdaki bir blok problemine dönüştürülür:

$$\inf_{Q \in H_{\infty}} \left\| \frac{1}{s^2(\rho s^2 - \sqrt{2\rho} s + 1)} - \frac{\rho s^2 + \sqrt{2\rho} s + 1}{s^2} e^{-hs} Q \right\|_2$$

Bu problemin çözümü de $\mathcal{L}_2[0, h]$ uzayına izdüşümler ile bulunur (bu hesaplamaların ayrıntıları yer darlığından verilmemiştir). Burada ilginç olan nokta, çıkan H_2 -optimal süzgeç ikinci derece bir fonksiyondur:

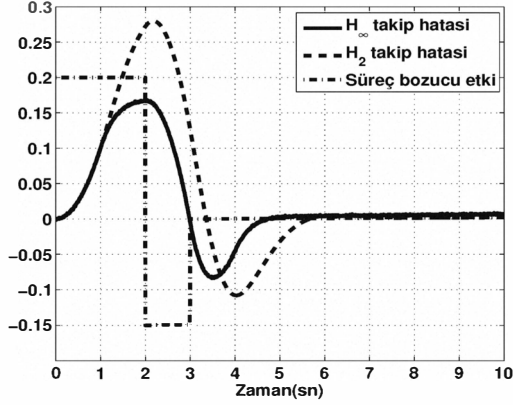
$$Q_2(s) = \frac{1 + (h + \sqrt{2\rho})s}{(\rho s^2 + \sqrt{2\rho} s + 1)}. \quad (34)$$

4. BENZETİM SONUÇLARI

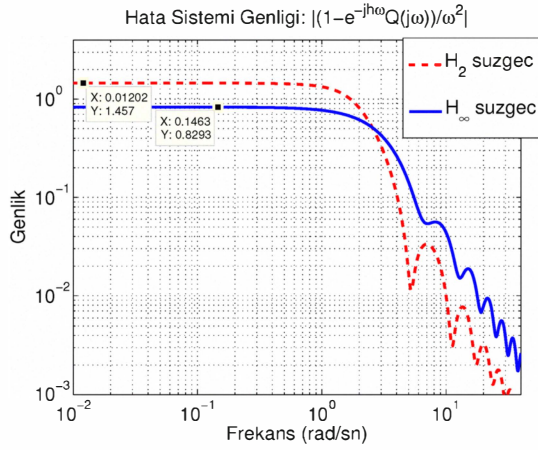
Bir önceki bölümde ele alınan parametre değerleri, $h = 1$ ve $\rho = 0.25$ için H_{∞} ve H_2 optimal süzgeçler yukarıdaki gibi hesaplanmış ve kısa süreli manevra yaptıran bir süreç gürültüsü uygulanmıştır. Ayrıca ölçüm gürültüsü olarak ise düşük güçte bir beyaz gürültü verilmiştir. Şekil 2 bu deney için benzetim sonuçlarını göstermektedir. Sonuç olarak H_{∞} -optimal süzgeç H_2 optimal süzgece nazaran daha küçük takip hatası vermektedir.

Yukarıda verilen değerler için tasarlanan H_{∞} ve H_2 optimal süzgeçlerden elde edilen hata sistemine, yani (14) ile tanımlanan $H_Q(s)$ 'e, ait genlik grafiği Şekil 3'te gösterilmiştir. Bu şekilden de görüleceği gibi düşük frekanstaki hata sistemi kazancı H_2 süzgeçte H_{∞} optimal süzgeçtekine nazaran 1.75 kat daha fazladır ama 2.5 rad/sn'den daha yüksek frekanslardaki bozucu etkiye karşılık gelen hata H_{∞} optimal süzgeçte daha fazla olmaktadır. Dolayısıyla, düşük frekans içeriği olan bir bozucu etki, $w_p(t)$, için H_{∞} süzgeç seçilmelidir; bozucu etki yüksek frekanslı içerikli bir sinyal ise H_2 süzgeç tercih edilmelidir.

6. KAYNAKÇA



Şekil 2: $h = 1$ ve $\rho = 0.25$ için hedef izleme hata sinyali.



Şekil 3: $h = 1$ ve $\rho = 0.25$ için hata sistemi genliği, $|H_Q(j\omega)|$.

5. SONUÇ

Bu çalışmada sürekli zamanda modellenen manevra dinamikleri olan hedefler ele alınmış, zaman gecikmeli gözlemler altında hedef izleme için daha önce [10]'de önerilen H_∞ -süzgeç tasarımında sadeleştirme yapılabileceği gösterilmiştir. Burada elde edilen süzgeç, problem verilerinden *analitik olarak türetilen* sayıl (skaler) bir denklemin, (24), çözümünü gerektirmektedir. Elde edilen süzgecin kararlı bir şekilde gerçekleşmesi birinci derece bir alt-sistem ve bir FIR-süzgecinin belirli şekilde geri besleme ile bağlanmasına dayanmaktadır. Öte yandan, [10] makalesindeki süzgeç, parametreleri ancak nümerik yöntemlerle hesaplanabilen ikinci derece alt-bloklardan ve burada elde edilenden daha karmaşık bir FIR süzgecinden oluşmaktadır.

Hedef izleme sorununa uyarılama ile elde edilen sonuçlar göstermektedir ki önerilen H_∞ -süzgeç düşük frekans içerikli süreç gürültüsünü etkin bir biçimde bastırmaktadır. Öte yandan yüksek frekans içerikli ölçüm gürültüsünü bastırmak açısından H_2 süzgeç daha etkin olmaktadır.

- [1] E. Fridman, U. Shaked; "A new H_∞ filter design for linear time delay systems," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 49 (2001), pp. 2839–2843.
- [2] E. Fridman, U. Shaked, L. Xie; "Robust H_∞ Filtering of Linear Systems With Time-Varying Delay," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 48 (2003), pp. 159–165.
- [3] L. Mirkin, "On the extraction of dead-time controllers and estimators from delay-free parameterizations" *IEEE Trans. on Automatic Control* Vol. 48, 2003, pp. 543–553.
- [4] G. Tadmor, L. Mirkin; "Control and Estimation With Preview - Part I: Matrix ARE Solutions in Continuous Time," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 50 (2005), pp. 19–28.
- [5] S. Xu, J. Lam, T. Chen, Y. Zou; "A Delay-Dependent Approach to Robust H_∞ Filtering for Uncertain Distributed Delay Systems," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53 (2005), pp. 3764–3772.
- [6] Z. Wang, F. Yang, D.W.C. Ho, X. Liu; "Robust H_∞ Filtering for Stochastic Time-Delay Systems With Missing Measurements," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 54 (2006), pp. 2579–2587.
- [7] X-M. Zhang, Q-L. Han; "Robust H_∞ filtering for a class of uncertain linear systems with time-varying delay," *Automatica*, vol. 44 (2008), pp. 157–166.
- [8] M. Mahmoud; *Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems*, New York: Marcel Dekker, 2000.
- [9] K. M. Nagpal and R. Ravi; " H_∞ Control and Estimation Problems with Delayed Measurements: State Space Solutions" *SIAM J. Control Optim.* Vol. 35, 1997, pp. 1217–1243.
- [10] S. Ezercan, H. Özbay, " H_∞ Filter Design for Vehicle Tracking Under Delayed and Noisy Measurements," *Proc. 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Istanbul, Turkey, June 13-15, 2007, pp. 1290–1295.
- [11] H. Özbay; "Computation of H_∞ Controllers for Infinite Dimensional Plants Using Numerical Linear Algebra," *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2012, DOI: 10.1002/nla.1809.
- [12] A. T. Erdoğan, B. Hassibi, T. Kailath; "On Linear H_∞ Equalization of Communication Channels," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 48 (2000), pp. 3227–3231.
- [13] A. T. Erdoğan, B. Hassibi, T. Kailath; "MIMO Decision Feedback Equalization from an H_∞ Perspective," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 52 (2004), pp. 734–745.
- [14] B. Hassibi, A. H. Sayed, T. Kailath; *Indefinite-Quadratic Estimation and Control: A Unified Approach to H^2 and H^∞ Theories*, Philadelphia, PA: SIAM, 1999.
- [15] C. Foisal, H. Özbay, A. Tannenbaum; *Robust Control of Infinite Dimensional Systems: Frequency Domain Methods*, LNCIS No. 209, Springer-Verlag, London, 1996.
- [16] S. Gümüüşsoy; "Copriime-inner/outer factorization of SISO time-delay systems and FIR structure of their optimal H_∞ controllers," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, DOI: 10.1002/rnc.1740