

# GAUSS OLASILIK DEGERLERINE DAYALI GORUNTU HISTOGRAMI ESİKLEME IMAGE HISTOGRAM THRESHOLDING USING GAUSSIAN KERNEL DENSITY ESTIMATION\* (ENGLISH)

Alexander Suhre, A. Enis Cetin

Department of Electrical and Electronics Engineering  
Bilkent University  
06800 Bilkent, Ankara, Turkey

Özetçe —

Bu bildiri de histogramları eşiklemek için bir metod geliştirilmiştir. Geliştirilen metod histogram üst ne alt kısımlarının çekirdek yoğunluk (KDE) fonksiyonlarının iteratif bir şekilde tahminine dayalıdır. Çekirdek fonksiyonu olarak da Gauss dağılımı kullanılmıştır. Geliştirilen yöntem Otsu'nun eşik bulma metodu ile de karşılaştırılmıştır. Sonuçlar olumludur.

*Anahtar Kelimeler*—Görüntü işleme, eşikleme, Gauss çekirdek fonksiyonu, KDE

## ABSTRACT

In this article, image histogram thresholding is carried out using the likelihood of a mixture of Gaussians. In the proposed approach, a probability density function (PDF) of the histogram is computed using Gaussian kernel density estimation in an iterative manner. The threshold is found by iteratively computing a mixture of Gaussians for the two clusters. This process is aborted when the current bin is assigned to a different cluster than its predecessor. The method does not involve an exhaustive search. Visual examples of our segmentation versus Otsu's thresholding method are presented.

*Keywords*—Image Processing, Thresholding, KDE, Gaussian kernel.

## I. GİRİŞ

Görüntü işlemede en önemli konulardan birtanesi eşiklemedir. En basit senaryo için görüntü iki küme şeklinde bölünür; ön plan ve arka plan. Görüntüyü bu bölütlere ayırmak için görüntü yoğunluklarının [1], [2] eşik değerini bulmak gerekir. Bu bildiri evrensel eşikleme üzerine yoğunlaşır. Uyarlanı eşikleme [3] ya da [4]'deki gibi ele alınmayacaktır. Kaynak [5], tek eşik senaryo için farklı tekniklere derinlemesine bakmamızı sağlar. Bu aynı zamanda, verilen yöntemin performansını ölçebilen birkaç ölçümü sağlar. Çok popüler bir yaklaşım Otsu yöntemidir [6]. Burada, sınıf içi değişimi ayrıntılı arama yoluyla minimize edilmiştir.

Bu makalede, eşikleme üzerine farklı bir yaklaşım tanıtıyoruz. Bizim yöntemimiz iki küme için Gauss çekirdek

kullanarak çekirdek Yoğunluk Kestirimi'ne (KDE) [7] dayalı Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (PDF) tahmin eden döngülü bir algoritmaya dayanmaktadır. Gauss karışımlarının etkisi tekrar eden tahmini iki kümenin olabilirlik değerlerine göre iki kümeden birisine atanan görüntü yeğinlik histogramının şimdiki değeri için hesaplanmıştır. Bu, şimdiki görüntü yeğinlik değerinin bir öncekinden farklı bir sınıfa atanana kadar devam eder.

Algoritmanın detayları Bölüm II'de açıklanmıştır. Algoritma bir sonuca yakınsayacağını garanti etmekte olup kapsamlı bir arama kullanmaz. Deneylerimizde, bölütlemeler ortalama olarak bizim algoraitmamızın Otsu eşikleme yönteminden daha yüksek puan alınması olarak elde edildi.

Deneysel sonuçlar, Bölüm III'de sunulmuş ve tartışılmıştır. Sonuçlar Bölüm IV'de çizilmiştir.

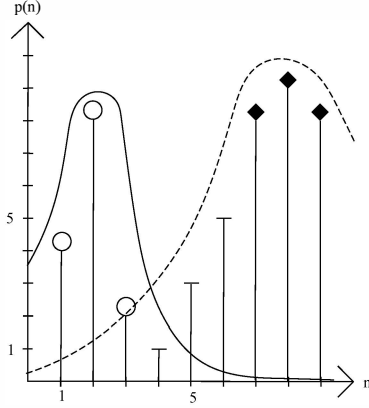
## II. ALGORITMA TANIMI

Bizim eşik değeri seçimimiz için iki Gauss karışımları (her küme için bir tane) verinin histogramı girişi olarak kullanarak tekrarlanan bir şekilde hesaplanmıştır. Hesaplanan karışım değerlerini yan yana olan iki görüntü yeğinlik değerleri için karışımın değerleri biz tarafından hesaplanmıştır ve henüz bir kümeye atanmamıştır. Verilen kutuda olabilirlik kestirimi büyük olan kümeye yeğinlik değerleri atanır.

Her bir küme için döngülü bir şekilde bir olasılık yoğunluk fonksiyonu tahmin edilir. Döngülü algoritmanın güncel adımı şu şekilde çalışır: Düzeltilmiş  $K$  noktalı histogramı  $h[k]$  olarak atanır. Histogramın  $i$ -inci seviyesine kümelerin biri şu şekilde atanır. Sırasıyla,  $p_j(k|L)$  ve  $p_j(k|U)$  değerlerini alt küme ve üst kümenin şuanki tahmini olasılık yoğunluk fonksiyonları olarak adlandıralım. Altsimge  $j$ ,  $j$ -inci döngülü adımı gösterir. Olasılık yoğunluk fonksiyonları, Gauss çekirdek kullanarak tahmin edilir. Çalışan  $i$  dizini için olabilirlikleri karşılaştırılır

$$|l_j(i|L)| \geq |l_j(i|U)|, \quad (1)$$

Buradaki denklemler  $l_j(i|L) = p_j(i|L)|_{k=i}$  ve  $l_j(i|U) = p_j(i|U)|_{k=i}$ 'dir. Eğer Denklem 1'nin sol tarafı sağ taraftan



**Fig. 1.** Algoritmanın çizimi. Şekil algoritmanın son aşamasını göstermektedir. 4. kutu U kümesi olarak atanır ve algoritma sonlandırılır.

büyük ise  $h[i]$  alt küme olarak atanır. Değilse, üst küme olarak atanır. Şu şekilde tanımlayalım:

$$s_i = \sum_{l=1}^i h[l] \neq 1, \quad (2)$$

$$s_i = s_{i-1} + h[i]. \quad (3)$$

$$p_{j+1}(k|L) = \frac{s_{i-1}}{s_i} p_j(k|L) + \frac{h[i]}{s_i} g(k; i, \sigma_L), \quad (4)$$

Burada  $g(k; \mu, \sigma)$  değeri  $k$  noktasında  $\mu$  ve standart sapma  $\sigma$  ile bir Gauss fonksiyonunu tanımlar. Buna göre

$$g(k; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(k-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5)$$

Alt kümedeki Gauss çekirdek fonksiyonunun standart sapması  $\sigma_L$  olarak tanımlanır. Aynı şekilde, Gauss çekirdek fonksiyonunun standart sapması  $\sigma_U$  olarak tanımlanır. Eğer Denklem 1'in sağ tarafı sol tarafından büyük ise üst küme benzer şekilde güncellenir.

Geçerli kutu, Denklem 1'e göre verilen kutuda olabirlik fonksiyonu en yüksek olan küme olarak atanır. İşlem geçerli kutunun kümesi son kutuyla aynı olana kadar sürer ve  $i$  bir artırılır. Eğer eşit değilse, işlem durdurulur ve eşik değeri olan  $i$  ve  $d - 1$  sayılarının aritmetik ortalaması olur.

Şekil 1'de algoritmanın son aşaması bir oyuncak örneği için gösterilmiştir. Önceden L kümesi olarak atanmış kutular üstünde daire olarak belirtilmiştir. Aynı şekilde, üstünde baklava şekli olanlar U üst kümesi olarak atanmıştır. U kümesinin olabirlik fonksiyonunun kesikli çizgisi şimdi dördüncü kutuda L kümesinin olabirlik fonksiyonu olarak belirtilmiş normal çizgiden daha yüksektedir. Bu yüzden, 4. kutu U kümesi olarak atanır. 4. kutu, önce gelen 3. kutudan daha farklı bir kümeye atanır. Böylece, algoritma sonlandırılır ve tahmini eşik değeri 3.5 olur.

## II-A. Gauss çekirdeğinin bant genişliği seçimi

Çekirdek yoğunluk kestiriminin(KDE) önemli bir parametresi çekirdek bant genişliği yada standart sapma  $\sigma$ 'nın tahminidir. Bu eşikleme algoritmasında biz önceden tanımlanmış bant genişliğini [7] kullanabiliriz. Fakat, aynı zamanda uyarların şekilde bir  $\sigma$  değeri seçilebilir. Bu alt başlıkta, uyarların değışinti algoritması tanıtılmıştır.

Uyarların standart sapma kestirim yönteminde, Gauss çekirdeğinin  $\sigma$  değerleri her küme için ayrı ayrı hesaplanır. Algoritmanın verilen adımında,  $\sigma_L$  şu şekilde seçilebilir.

$$\min_{\sigma_L} \left| \frac{h[i]}{s_i} - p_{j+1}(i, L) \right| \quad (6)$$

subject to  $\sigma_{min} < \sigma_L < \sigma_{max}$ ,

Burada  $\sigma_{min}$  ve  $\sigma_{max}$  değerleri önceden tanımlanmış eşik değerleridir.  $\sigma_U$  değeri için tahmin benzer bir şekilde diğer küme için seçilir. Deneyimlerimiz gösterdi ki iki serbest parametre olan  $\sigma_{min}$  ve  $\sigma_{max}$  seçimi herhangi bir ayrıntılı parametre ayarlamaya gerek bırakmıyor.  $\sigma_{min} = 1$  ve  $\sigma_{max} = 25$  gibi makul seçimler deneylerimizin tüm bölümünde kullanılmıştır ve görüntülerin diğer türleri için iyi sonuçlar üretmektedir.

Her iki kümenin tahmini standart sapmaları Denklem 4'e göre kümenin olabirliğinin tahminlerini oluşturur.

## III. DENEYSEL SONUÇLAR

Sonuçlar, 49 görüntünün veri kümesi üzerinden elde edilmiştir ve [8](19 görüntü) ve [9] (30 görüntü)'den alınan onların görüntünün ana hatlarını ön plana çıkarın bölütlemesi elde edilmiştir. [5] ve [10]'da önerilen ölçümler kullanarak bizim yöntemimiz Otsu yöntemiyle karşılaştırılmıştır. Şöyle ki:

- 1) Bölge Çeşitliliği (RNU)
- 2) Yanlış Sınıflandırma Hatası (ME)
- 3) Bağıl Ön plan Alan Hatası (RFAE)
- 4) Kenar Uyuşmazlığı(EM)
- 5) Düzeltilmiş Değıştirilmiş Hausdorff Uzaklığı (NMHD)
- 6) Düzeltilmiş Yanlış Algılama Oranı (NFDR)

Sadece ilk hesaplama ön plana çıkarılan bilgiyi gerektirmiyor. Altı ölçümün tümü düzeltilmiş olup 0 rakamı "mükemmel" bölütlemeyi temsil ediyor. Aynı şekilde, 1 rakamı da tamamen bölütlenmiş görüntünün yanlış olduğunu gösteriyor. Değıştirilmiş Hausdorff uzaklığı için [11] ve [10]'dan uygulama kullandık. Sonuçlar Tablo 1'de görülebilir. Bu tabloda Otsu ve bizim yöntemimizin algoritmaları için ölçümlerin farklılıkları gösterilmiştir. Otsu yöntemi için bahsedilen ölçümlerin üstündekilerden bir tanesinin değerini  $M_O$  olarak belirleyelim. Aynı şekilde, önerdiğimiz yöntemimiz için kendi değerine  $M_P$  değerini atayalım. Kalanlar şu şekildedir:

$$R = 100 \cdot (M_O - M_P) \quad (7)$$

Görüntü #	RNU	ME	RFAE	EM	NMHD	NFDR
1	-0.16	-3.72	-1.12	-0.19	0.03	-0.15
2	-1.52	0.48	-39.82	-0.43	16.14	12.16
3	-0.13	13.48	31.67	0.04	1.03	5.52
4	-0.36	0.02	-5.55	-0.07	8.20	-7.06
5	-0.02	-0.07	-0.37	0.04	-0.02	-0.27
6	-1.75	5.23	40.02	0.08	6.07	11.60
7	0.06	10.00	11.74	-0.09	0.30	2.55
8	3.80	-9.21	-35.04	-0.19	-0.23	-5.43
9	1.44	10.07	-9.36	-0.87	25.44	21.20
10	-0.06	0.10	0.55	0.02	-0.01	0.16
11	0.14	1.14	0.62	0.02	0.01	0.16
12	0.38	21.30	10.56	-0.18	0.87	0.75
13	0.42	34.14	21.07	-0.13	0.32	2.98
14	0.02	61.87	-13.59	0.98	22.00	1.25
15	0.24	-2.31	-10.30	-0.03	-0.54	-5.53
16	4.32	23.96	11.86	-0.21	-0.35	3.07
17	0.64	5.16	7.58	0.07	0.09	2.60
18	-1.51	13.50	-26.83	-0.11	4.28	46.54
19	0.28	4.40	1.71	-0.02	0.15	0.34
20	4.23	55.10	-5.47	-0.82	1.63	63.49
21	-0.42	22.91	37.10	-0.08	0.76	29.14
22	-0.97	9.48	-9.91	-0.05	3.29	48.76
23	0.99	29.24	7.89	0.08	1.00	67.66
24	-1.30	2.74	37.42	-0.42	0.16	12.36
25	-0.04	0.52	0.82	0.00	-0.03	0.19
26	1.03	-1.77	3.21	1.02	-0.39	2.85
27	0.05	-0.04	0.29	4.75	-0.02	0.24
28	4.06	5.76	39.46	-0.98	-2.16	40.39
29	0.20	0.49	1.44	1.05	-0.10	0.94
30	-0.85	1.88	24.77	-0.23	5.19	27.42
31	-1.44	-3.68	-58.44	-24.20	-33.42	-8.21
32	-0.51	1.43	18.61	-0.08	-0.45	4.42
33	-0.08	7.64	10.29	0.07	0.26	2.45
34	-0.15	5.61	11.03	0.00	0.37	2.73
35	1.43	16.58	28.40	-0.22	0.16	17.50
36	-0.68	3.56	-18.97	0.00	0.96	21.36
37	-0.46	14.32	38.68	-0.08	2.63	9.71
38	2.22	-12.18	-10.98	0.04	0.55	-1.22
39	0.66	8.25	15.05	0.00	-0.12	4.80
40	2.20	-5.71	-4.77	0.06	0.15	-0.41
41	0.75	10.56	10.84	-0.12	0.26	1.42
42	-0.43	6.03	4.85	-0.01	0.01	0.27
43	-0.06	1.56	3.12	0.02	-0.09	1.03
44	-0.43	32.55	34.55	-0.10	1.13	4.31
45	0.02	2.68	0.50	0.00	0.02	0.02
46	-0.26	0.08	-17.38	-0.30	7.51	-49.66
47	-0.67	-0.59	-23.84	-0.59	27.41	-40.78
48	-0.81	-3.35	-15.71	-1.91	-6.59	-0.40
49	-1.01	2.35	8.91	-0.06	0.39	0.84
Ortalama	0.28	8.24	3.41	-0.50	1.92	7.27
Başarı Oranı	46.96	77.55	63.27	40.82	69.39	77.55

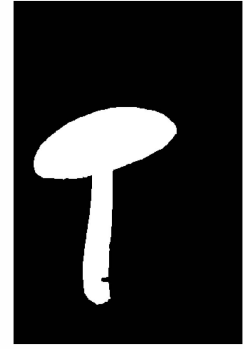
**Table I.** Denklem 7'ye göre farklı uzunluk ölçüleri için bizim sunduğumuz yöntem ile Otsu yöntemin farklılıkları. Pozitif sayı bizim yöntemimizin az puan aldığını ve bu yüzden Otsu yönteminden daha iyi olduğunu gösterir. Son satır bizim yöntemimizin Otsu yöntemini geride bıraktığı veri kümesindeki görüntü yüzdelerini temsil eder.

Bu Tablo I'de gösterilen değerlerdir. Pozitif değer bizim algoritmamızın Otsu yönteminden daha az puan aldığını göstermişti ve bu da tercih edilebilecek bir değerdir. Tüm veri kümesinin üzerindeki ortalama değeri de verilmiştir. Ayrıca, son satır bizim yöntemimizin Otsu yöntemini geride bıraktığı veri kümesindeki görüntülerin yüzdelerini göstermektedir. Ortalama olarak, bizim yöntemimiz tüm veri kümesi için Otsu yöntemine göre %3 daha iyi bir performans göstermiştir. Veri kümesindeki görüntülerin %63'ünde yöntemimiz Otsu yöntemine göre daha iyi bir performansa sahiptir.

Test edilen altı ölçümün hepsinde beş durum için ortalama olarak algoritmamız Otsu algoritmasını geride bıraktı.



(a) Orjinal Görüntü



(b) Ön plana çıkarılan görüntü



(c) Bizim bölütlememiz



(d) Otsu Bölütlemesi

**Fig. 2.** Altı ölçümden beşinde bizim yöntemimizin Otsu yönteminden daha iyi olduğunu gösteren örnek: (a) veri kümesinden 6. görüntü, (b) ön plana çıkarılan bölütleme, (c) bizim önerdiğimiz bölütleme ve (d) Otsu bölütlemesi.

Bu durumlar şunlardır; RNU, ME, RFAE, NMHD ve NFDR. Ayrıca, ME, RFAE, NMHD ve NFDR için yöntemimiz Otsu yöntemini veri kümesinde görüntülerin çoğunluğunda geride bıraktı.

Şekil 2 - 4'de görüldüğü üzere bizim yöntemimiz genel olarak, Otsu yöntemiyle karşılaştırıldığında ön planın iyi olmadığı durumlarda bölütlemeler üretti. Bu, Bölge Çeşitliliği (RNU) tarafından cezalandırılmıştır. Şekil 2'de bununla ilgili bir örnek görülebilir. Bu görüntüde Otsu yöntemi bizim yöntemimizle karşılaştırıldığında ön plana çok fazla arka plan eklediği görülmüştür.

Veri kümemizin 47. görüntüsünde ki bu şekil 4'de gösterilmiştir, Otsu yöntemi altı ölçümün beşine göre bizim yöntemimizden daha yüksek puan almıştır. Fakat, 47. görüntü durumunda bizim yöntemimiz Otsu yönteminden daha az arka plan almıştır ve bölütlememizde nesnenin dokusunda görebiliriz. Ön planın olduğu durumda nesne iki seviye sahiptir. Bizim yöntemimiz karanlık seviyeleri kabul etmemiştir fakat Otsu yöntemi, bazı arka plan nesnesinin ön plana dahil olma pahasına ön plana eklemiştir. Benzer bir şekilde, Şekil 3'de görülen 2. görüntüde bizim yöntemimiz aynı zamanda Otsu yönteminden daha az arka plan almıştır.



(a) Orjinal Görüntü



(b) Ön plana çıkartılan görüntü



(c) Bizim bölütlememiz



(d) Otsu Bölütlemesi

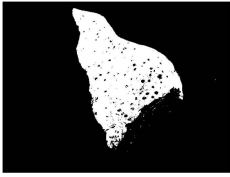
**Fig. 3.** Altı ölçümden üçünde bizim yöntemimizin Otsu yönteminden daha kötü olduğunu gösteren örnek: (a) veri kümesinden 2. görüntü, (b) ön plana çıkarılan bölütleme, (c) bizim önerdiğimiz bölütleme ve (d) Otsu bölütlemesi.



(a) Orjinal Görüntü



(b) Ön plana çıkartılan görüntümüz ve (c) Otsu bölütlemesi.



(c) Bizim bölütlememiz

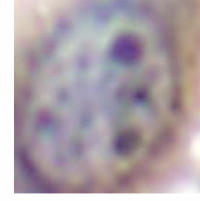


(d) Otsu Bölütlemesi

**Fig. 4.** Altı ölçümden beşinde bizim yöntemimizin Otsu yönteminden daha kötü olduğunu gösteren örnek: (a) veri kümesinden 47. görüntü, (b) ön plana çıkarılan bölütleme, (c) bizim önerdiğimiz bölütleme ve (d) Otsu bölütlemesi.

Açık bir şekilde, yöntemimiz ön planda hakemin pantolonunu dahil etmeden daha iyi sonuçlar üretmiştir. 2. görüntüde bizim yöntemimiz altı ölçümün üçünde Otsu yöntemine göre daha yüksek puan almıştır.

Şekil 5 bizim yöntemimizin mümkün uygulama alanını gösterir. Şekil, BT-20 kanserli hücre hattından bir çekirdeğin örnek görüntüsünü gösterir. Sitoplazmadaki siyah alanların sayısı çekirdekte uzağa gidildikçe düşer. Bu yüzden, bu alanları verimli bir şekilde bölütlemesi mikroskopik görüntülerin analizi için yararlı olacaktır [12]. Şekil 5 b) - c) 'de görüldüğü gibi algoritmamız Otsu yönteminden daha iyi bir bölütleme sağlamaktadır.



(a) Orjinal görüntü



(b) Bizim bölütlememiz



(c) Otsu Bölütlemesi

**Fig. 5.** Makul uygulama alanının örneği: (a) BT-20 kanser hücresinden kırılmış hücre görüntüsü, (b) bizim bölütlememiz ve (c) Otsu bölütlemesi.

#### IV. SONUÇ

Bu makalede görüntüdeki eşik değerinin bulunması için yeni bir algoritma tanıtılmıştır. Önerilen yöntemde Gauss çekirdeği ile verinin histogramında olabirlik fonksiyonları tahmin edilmiştir. Gauss fonksiyonun serbest  $\sigma$  parametrelerinin tahminleri verinin üzerinde basit bir minimizasyon yaparak elde edilmiştir. Döngülü algoritma, yakınsayacağını garanti etmiş ve kapsamlı bir araştırmaya gerek duymamıştır. Altı ölçüm kullanarak algoritmamızın verimliliğini değerlendirdik. Bunların beşine göre bizim yöntemimiz Otsu yönteminden daha üstün olmuştur.

#### TEŞEKKÜR

Bu çalışma Avrupa Topluluğu IRSES programı tarafından 247091 numaralı MIRACLE ve TÜBİTAK tarafından 111E057 numaralı Sıkıştırılmış Algılama Algoritmalarında Entropi Fonksiyoneli ve Toplam Değişebilirlik Kısıtlamalarının Kullanımı projeleri kapsamında desteklenmiştir. Bu çalışmanın türkçeye çevrilmesinde emeği olan Rasim Akın Sevimli'ye teşekkür ederiz.

#### V. REFERENCES

- [1] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, *Digital Image Processing (3rd Edition)*, Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 2006.

- [2] George Stockman and Linda G. Shapiro, *Computer Vision*, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA, 1st edition, 2001.
- [3] N. Ray and B.N. Saha, "Edge sensitive variational image thresholding," in *Image Processing, 2007. ICIIP 2007. IEEE International Conference on*, 16 2007-oct. 19 2007, vol. 6, pp. VI –37 –VI –40.
- [4] Fei Liu, Yupin Luo, Xiaodan Song, and Dongcheng Hu, "Active surface model-based adaptive thresholding algorithm by repulsive external force," *J. Electronic Imaging*, vol. 12, no. 2, pp. 299–306, 2003.
- [5] M. Sezgin and B. Sankur, "Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation," *J. Electron. Imaging. 13(1)*, vol. 1, no. 1, pp. 146 –168, jan. 2004.
- [6] N. Otsu, "A threshold selection method from gray-level histograms," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 1, pp. 62 –66, jan. 1979.
- [7] B W Silverman, *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, vol. 37, Chapman and Hall, 1986.
- [8] D. Martin, C. Fowlkes, D. Tal, and J. Malik, "A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics," in *Proc. 8th Int'l Conf. Computer Vision*, July 2001, vol. 2, pp. 416–423.
- [9] A. Blake, C. Rother, M. Brown, P. Perez, and P. Torr, "Interactive image segmentation using an adaptive gmmrf model," in *in ECCV, 2004*, pp. 428–441.
- [10] M. Apro, S. Pal, and S. Dedijer, "Evaluation of single and multi-threshold entropy-based algorithms for folded substrate analysis," *Journal of Graphic Engineering and Design*, vol. 2, no. 2, pp. 1–9, 2011.
- [11] M.-P. Dubuisson and A.K. Jain, "A modified hausdorff distance for object matching," in *Pattern Recognition, 1994. Vol. 1 - Conference A: Computer Vision and Image Processing., Proceedings of the 12th IAPR International Conference on*, oct 1994, vol. 1, pp. 566 –568 vol.1.
- [12] Furkan Keskin, Alexander Suhre, Kivanc Kose, Tulin Ersahin, A. Enis Cetin, and Rengul Cetin-Atalay, "Image classification of human carcinoma cells using complex wavelet-based covariance descriptors," *PLoS ONE*, vol. 8, no. 1, 2013.