

# BİLGİSAYARLI İYONOSFER TOMOGRAFİSİNDE AÇILIM İŞLEMLERİNİN VE YENİDEN YAPILANDIRMA ALGORİTMALARININ MODEL ÜZERİNDEN KARŞILAŞTIRILMASI

## MODEL BASED COMPARISON OF BASIS FUNCTIONS AND RECONSTRUCTION ALGORITHMS IN COMPUTERIZED IONOSPHERIC TOMOGRAPHY

Ersin Yavuz<sup>1</sup>, Feza Arıkan<sup>2</sup>, Orhan Arıkan<sup>3</sup>, C. Berin Erol<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Finansal Teknoloji Hizmetleri A.Ş., Ziraat Bankası Tandoğan, Ankara

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Hacettepe Üniversitesi, Ankara

<sup>3</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Bilkent Üniversitesi, Ankara

<sup>4</sup>TÜBİTAK UEKAE İLTAREN Çalışma Grubu, Ankara

[eryavuz@fintek.com.tr](mailto:eryavuz@fintek.com.tr), [arikan@hacettepe.edu.tr](mailto:arikan@hacettepe.edu.tr), [oarikan@ee.bilkent.edu.tr](mailto:oarikan@ee.bilkent.edu.tr),  
[cemil.erol@iltaren.tubitak.gov.tr](mailto:cemil.erol@iltaren.tubitak.gov.tr)

### Özetçe

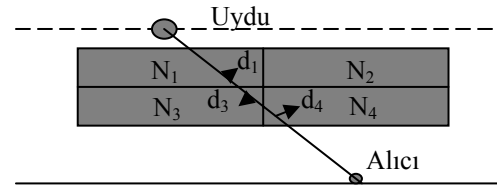
Bilgisayarlı İyonosfer Tomografisi (BIT), ionosfer elektron yoğunluğunun iki boyutlu veya üç boyutlu olarak görüntülenmesi için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem özellikle ionosfer fiziği veya uydu haberleşmesi gibi alanlar için ionosferin incelenmesine olanak sağlamaktadır. Bu yöntemde Küresel Yer Belirleme (KYB) uyduları ve bu uydulardan gelen ışınları toplamak üzere yeryüzüne belirli bir geometride yerleştirilen alıcılar kullanılır. Alıcılar KYB uydularından aldıkları sinyaller ile ionosfere ait olan Toplam Elektron İçeriği (TEİ) verisinin hesaplanmasına olanak sağlar. TEİ verileri ve tomografik yeniden yapılandırma algoritmaları kullanılarak, ionosfer elektron yoğunluğu görüntülerinin elde edilmesi sağlanır. Gerçekleştirilen bu çalışmada tek bir GPS uydusu ve bu uyduyu izlemek üzere yeryüzünde belirli bir enlem noktasına yerleştirilmiş bir alıcı senaryosu canlandırıldı. Alıcıda oluşan hatalar ve model hataları bu çalışmada ihmal edildi. Bu senaryo içerisinde değişik açılım işlevleri ve yeniden yapılandırma algoritmaları kullanılarak, ionosfer elektron yoğunluğunun iki boyutlu olarak elde edilmesi gerçekleştirildi. Sonuçların başarımlı analizleri ileri model olarak kullanılan IRI-95 ile karşılaştırılarak verildi.

### Abstract

Computerized Ionospheric Tomography (CIT) is a method to investigate ionospheric electron density in two or three dimensions. CIT provides a flexible method for studying ionosphere. In CIT, GPS satellites and Earth based receivers are considered to perform tomographic reconstruction. The received signals are processed to calculate Total Electron Content (TEC). TEC values and the tomographic reconstruction algorithms are used together to obtain tomographic images of electron density of ionosphere. In this study, scenario with one GPS satellite and one receiver is simulated. Receiver error and model error are neglected. In simulation, a set of basis functions and algorithms are used and two dimensional tomographic images of ionospheric electron density in height and latitude is obtained. Comparative reconstruction results are given based on IRI-95 forward ionosphere model.

### 1. Giriş

Küresel Yer Belirleme (KYB) uyduları frekansları 1575.42 MHz ve 1227.60 MHz olan iki adet sinyali eş zamanlı olarak dünyaya gönderirler. Dünya üzerine yerleştirilen alıcılar bu sinyalleri sözde uzaklık ve faz kayması olarak kaydederler [1]. Toplam Elektron İçeriği (TEİ), verici ve alıcı arasındaki elektron yoğunluğunun çizgi tümlevi olarak tanımlanır. Bu değer ionosferin düşey yöndeki elektron yoğunluğunun zamana ve konuma göre değişimi hakkında önemli bilgiler sunar. Radyo dalgaları ionosfer içerisinde geçerken TEİ ile orantılı olarak grup gecikmesi veya faz ilerlemesi gibi değişikliklere uğrarlar. Bu değişimler kullanılarak TEİ'nin belirlenmesi sağlanabilir [2]. TEİ ölçümleri farklı yöntemlerle gerçekleştirilebilir. Bu yöntemlerden iki tanesi “ Zaman Gecikmesi Ölçümü” veya “Farksal Faz İlerlemesi Ölçümü” olarak verilebilir. Bu yöntemlerden herhangi birisi kullanılarak elde edilen TEİ verileri, tomografi algoritması ile kullanılarak ionosfer elektron dağılımının, ilgilenilen senaryo ve bölge için görüntülenmesi sağlanır. Burada senaryo kelimesi, kullanılan uydu ve alıcı sisteminin nasıl oluşturulduğunu ifade etmektedir. Bu anlamda en basit olarak bir İyonosfer Tomografi sistemi Şekil 1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 1. Örnek İyonosfer Tomografisi Sistemi

Bu sistemde,  $N_k$ 'lar hücre içerisindeki elektron yoğunluğunu gösterirken,  $d_k$ 'lar uydudan alıcıya gelen ışının hücre içerisinde kalan kısmının uzunluğunu göstermektedir. Bu parametreler için  $k$  indisi 1,2,3,4 değerlerini almaktadır. Bu parametreler kullanılarak, ilgili ışın için elde edilen TEİ değeri şu şekilde yazılabilir:

$$TEİ = c(d_1 \times N_1 + d_2 \times N_2 + d_3 \times N_3 + d_4 \times N_4) + \text{err} \quad (1)$$

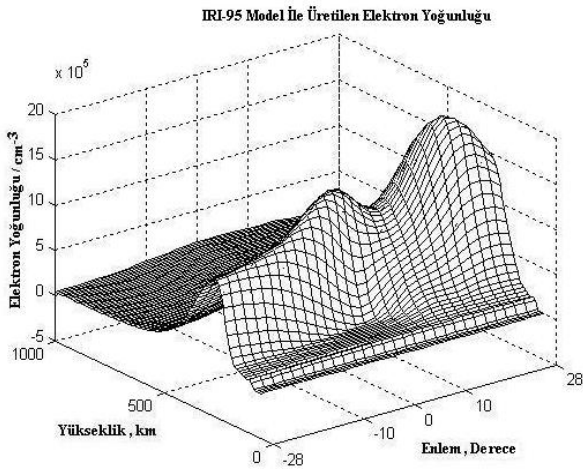
Bu ifade içerisindeki c bir oran sabitini ve err ise hata terimini göstermektedir. Temel olarak bu prensibe dayanan BIT yönteminde, değişik tomografik algoritmalar kullanılarak iyonosfer elektron yoğunluğu görüntüsünün elde edilmesine çalışılmıştır. Bu konuda gerçekleştirilen çalışmalarda, Süzölmüş Ters İzdüşüm Algoritması (STIA), Ayrık Fourier Dönüşümü (AFD), İstatistiksel Yöntemler (İY), Enbüyük Entropi Algoritması (EBEA), Cebirsel Yöntemler (CY) gibi algoritmalar tartışılmıştır. Fakat fiziksel sınırlamalar sebebiyle, bu tomografik görüntüleme sistemlerinin başarımları düşük olarak gerçekleşmiştir. Bu sınırlamalar şu şekilde listelenebilir:

- 1) İzleme açısının sınırlı olması. Bu kısıt, düşey olarak geçen ışın sayısının belirli bir değerin üstüne çıkamamasına sebep olur. Diğer taraftan bu durumda yatay yönde iyonosferi kesen ışınlardan söz edilemez.
- 2) Bir alıcıdan elde edilen herhangi iki veri, farklı açılar için olacağından, bir tomografik izdüşüm içerisindeki veri noktalarının sayısı alıcı sayısından daha fazla olamaz.
- 3) Bir izdüşüm içerisindeki veri noktaları eşit aralıklı olarak dağılmaz.

Bu kısıtlamalar nedeniyle bir önsel bilginin kullanıldığı BIT algoritmaları geliştirilmiştir [3]. Bu algoritmalarda, iyonosfer elektron yoğunluğu, bir dizi iki boyutlu açılım işlevinin doğrusal bir bileşimi olarak modellenir. Bu açılım işlevleri ise, düşey yönde ve yatay yönde seçilen açılım işlevlerinin çarpımından elde edilir. Yatay yönde açılım işlevleri olarak Fourier polinomları veya Legendre polinomları gibi birimdik polinomlar seçilirken düşey yöndeki açılım işlevleri belirlenen bir model üzerinden seçilir. Belirlenen model üzerinden alınan düşey elektron yoğunluğu profilleri kullanılarak, düşey yöndeki açılım işlevleri de elde edilir. Bu algoritmaların işlemsel yükü, kullanılan yatay açılım işlevleri sayısı ile doğru orantılı olup kullanılacak yatay açılım işlevleri sayısının seçilmesi önemli bir parametredir.

## 2. Model İyonosfer ve Açılım İşlevleri

Gerçekleştirilen bu çalışmada, iyonosfer elektron yoğunluğu için referans model olarak IRI-95 seçildi. İyonosfer kesiti olarak enlemde  $[-28^{\circ} 28^{\circ}]$  aralığı ele alındı.

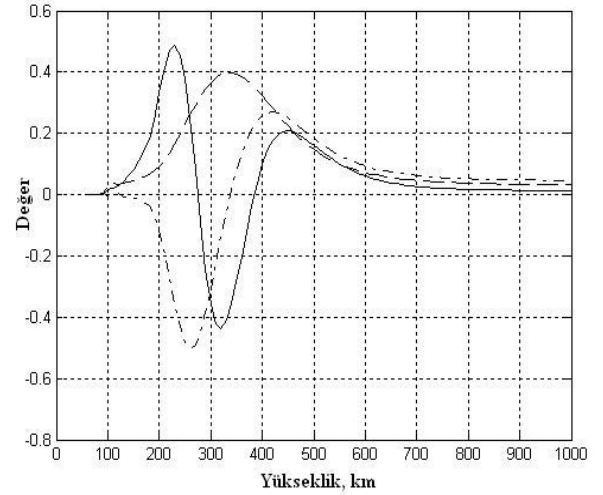


Şekil 2.  $[-28^{\circ} 28^{\circ}]$  Enlem Aralığı için IRI-95 Elektron yoğunluğu

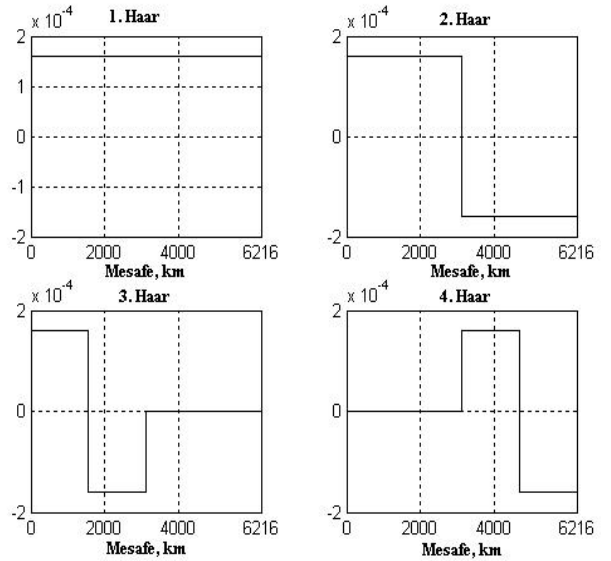
TARİH: yıl, ay, gün	2003, 08, 5
Zaman: Saat	15.5 LT
Coğrafik Boylam	34
Güneş Zenith Açısı/derece	65.3
Dip (Magnetic Inclination)/derece	-60.62
Modip (Modified Dip)/derece	-48.14
Güneş Lekesi Sayısı	52.3
Ionospheric-Effective Solar İndis IG12	86.9

Tablo 1. IRI-95 Modeli İçin Kullanılan Parametreler

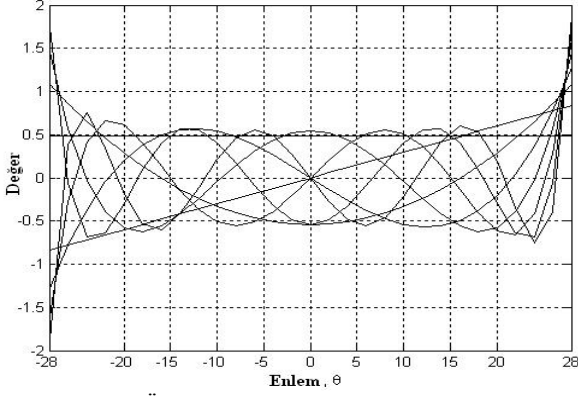
Seçilen iyonosfer modeli için, kullanılan model parametreleri Tablo 1'de verilmiştir. Bu model üzerinden algoritma için gerekli önsel bilgi seti (düşey açılım işlevleri), TDA (Tekil Değer Ayrıştırması) kullanılarak elde edildi. Yatay yöndeki açılım işlevleri olarak Haar açılım işlevleri ve Legendre polinomları seçildi. Bu açılım işlevleri ve düşey açılım işlevi kullanılarak, iki boyutlu açılım işlevleri elde edildi. Alıcının ilgililenen enlem aralığında orta noktaya yerleştirdiği kabul edildi. Bu çalışmada kullanılan model iyonosfer elektron dağılımı Şekil 2'de, düşey ve yatay açılım işlevleri ile ilgili şekiller ise aşağıda sunuldu.



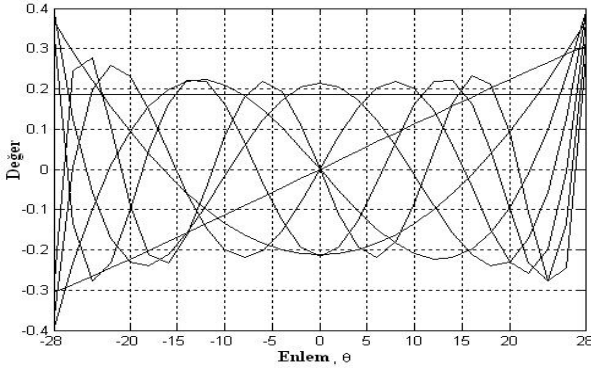
Şekil 3 IRI-95 modelinden elde edilen düşey açılım işlevleri



Şekil 4  $[-28^{\circ} 28^{\circ}]$  Enlem Aralığı için Üretilen İlk Dört Haar açılım işlevi.



Şekil 5 Ölçeklenmiş Birimlik Legendre Polinomları



Şekil 6 [-28° 28°] Enlem aralığı için kesilen ve birim dik hale getirilen Legendre polinomları

IRI-95 modelden [-28° 28°] enlem aralığı için elde edilen düşey profillerin oluşturduğu iyonosfer elektron yoğunluğu matrisinin TDA'sı ile elde edilen tekil değerlere göre seçilen düşey açılım işlevleri Şekil 3'te sunuldu. Şekil 4, Şekil 5 ve Şekil 6 ise yatay yönde kullanılan açılım işlevlerini göstermektedir. Şekil 6'da verilen yatay açılım işlevi, orijinal Legendre polinomlarından, [-28° 28°] enlem aralığı için kesilen ve birim dik hale getirilen Legendre polinomlarını göstermektedir.

### 3. İyonosferik Ölçümler ve Yeniden Yapılandırma Algoritmaları

İyonosfer tomografisinde, veri toplama sistemi bir uydu ve bu uydudan gelen iki farklı frekanstaki periyodik sinyalleri toplayan bir dizi alıcıdan oluşur. Uydunun herbir pozisyonu için, uyduyu gören herbir alıcıda bir TEİ değeri elde edilir. İyonosferik sistemde, bu TEİ değerleri kullanılarak tomografik görüntünün elde edilmesi mümkün olur. Bu ölçüm sisteminde elde edilen herbir TEİ değeri matematiksel olarak

$$TEI = \int_L N(s) ds \quad (2)$$

eşitliği ile verilir. Burada  $N(s)$  iyonosfer elektron yoğunluğunu gösterirken,  $L$  uydudan alıcıya doğru olan ışınlardan bir tanesini simgeler. Bu eşitlik,  $L$  ışın boyunca alınan çizgisel tümlev olarak adlandırılabilir. Bu durum tıbbi görüntüleme ifade edilen çizgi tümlevi tanımına uymaktadır [4]. Bu nedenle herbir TEİ değeri, uydunun ilgili pozisyonu için elde edilen tomografik izdüşümün bir örnek noktasıdır.

BİT için oluşturulan bu veri toplama sistemi, X-ışın tomografisi sisteminden farklıdır. Bu farklılıklar, alıcıların konumları ve sınırlı açı içerisinde veri toplanabilmesi şeklinde ifade edilebilir. X-ışın tomografisinde, alıcılar düz bir hat üzerinde eşit aralıklarda yerleştirilir. BİT yönteminde, alıcılar yeryüzünde belirli noktalara yerleştirilir ve bir uydu kaynak görevini görür. Bu durum iyonosferin belirli bir açı içerisinde ve belirli sayıda izdüşüm örneği ile incelenmesine neden olur. İzdüşüm verilerini oluşturan örnek sayısındaki bu eksiklik, klasik tomografik görüntüleme tekniklerinin performansını düşüren en büyük etkidir. Gerçekleştirilen bu çalışmada, yeniden yapılandırma algoritmaları olarak Cebirsel Yeniden Yapılandırma (CYY) algoritması [4], Düzenleştirilmiş En Küçük Kareler (DEK) algoritması [5], Kırpılmış Tekil Değer Ayrıştırması (KTDA) algoritması [6] ve Toplam Enküçük Kareler (TEK) algoritması [7] kullanılmıştır ve elde edilen yeniden yapılandırma sonuçları sunulmuştur. CYY algoritması açılım işlevlerinden bağımsızdır ve performansı algoritma başlangıç değerine göre değişmektedir. Bu çalışmada İyonosferin yatayda 29 tane ve düşeyde 95 tane pikselden oluştuğu ve her piksel içerisindeki elektron dağılımının bir biçimli olduğu kabul edilmiştir. İyonosfer elektron yoğunluğu yükseklik-enlem düzleminde ele alınmıştır ve seri açılımı yöntemi kullanılarak

$$g(r, \theta) \approx \sum_{k=1}^K x_k \varphi_k(r, \theta) \quad (3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\varphi_k(r, \theta) = u_m(r) v_n(\theta)$  olup iki boyutlu açılım işlevini,  $u_m(r)$  IRI-95 model'inden elde edilen düşey açılım işlevlerini ve  $v_n(\theta)$ 'ler ise Haar açılım işlevlerini veya Legendre polinomlarını göstermektedirler. İki boyutlu açılım işlevi için  $k=m+(n-1)M$ ,  $m=1, \dots, M$ ;  $n=1, \dots, N$  ile verilir. Bu eşitliklerde toplam açılım işlevi sayısı  $K$ , kullanılan düşey açılım işlevi sayısı  $M$  ve yatay açılım işlevi sayısı ise  $N$  ile gösterilmiştir. Bu gösterimde  $r$  değişkeni IRI-95 model için deniz seviyesinden olan yüksekliği göstermekte olup 60 km ile 1000 km arasında değişmektedir.  $\theta$  ise incelenmekte olan enlem aralığı içerisinde kalan açılara karşılık gelmektedir.

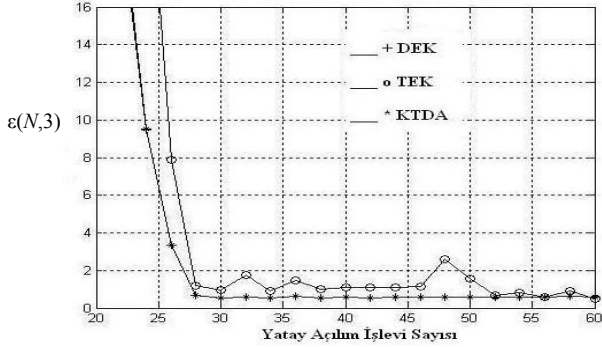
### 4. Hata Değişimi ve Yeniden Yapılandırma

Açılım işlevleri sayısı yeniden yapılandırma algoritmasının performansı için önemli bir parametredir. Yeniden yapılandırma hatası

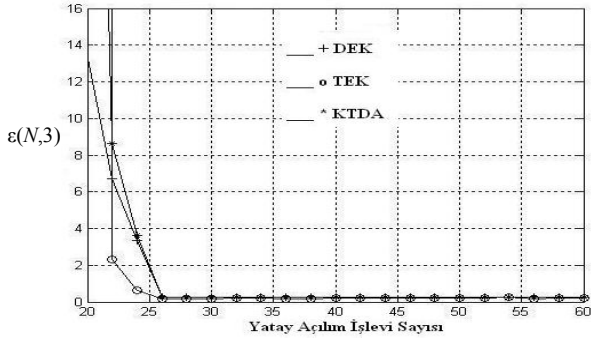
$$\varepsilon(N, M) = \frac{\|\hat{\mathbf{G}}(N, M) - \mathbf{G}\|}{\|\mathbf{G}\|} \quad (4)$$

olarak tanımlanabilir. Bu hata ifadesinde,  $\mathbf{G}$  IRI-95 modelden [-28° 28°] enlem aralığı için elde edilen iyonosfer elektron yoğunluğu matrisini,  $\hat{\mathbf{G}}(N, M)$  ise yeniden yapılandırılan iyonosfer elektron yoğunluğu matrisini göstermektedirler. Burada verilen  $\mathbf{G}$  matrisinin sütunları Eşitlik 3'te verilen  $g(r, \theta)$  ile elde edilir. Bu matrisin sütunları yükseklikle değişimleri göstermekte olup, ilk eleman  $g(r_1, \theta_1)$ , -28° derece ve 1000 km yükseklikteki örneğe karşılık gelmektedir. DEK, TEK ve KTDA algoritmaları için yatay açılım işlevi

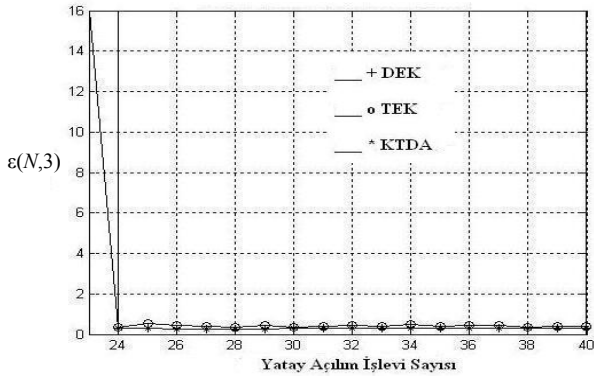
sayısına göre hatanın değişimi Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9'da Ölçeklenmiş Legendre polinomları, Kesilmiş Legendre polinomları ve Haar açılım işlevleri için gösterilmiştir. Bu şekillerden, hatanın belirli bir noktadan sonra, yatay açılım işlevi sayısının artışı ile daha fazla düşmediği görülmektedir. Bu nokta yatay açılım işlevi için en uygun sayıyı,  $N_{opt}$ , göstermektedir. Gerçekleştirilen bütün algoritmalarda, düşey açılım işlevi sayısı,  $M=3$  olarak kullanılmıştır.



Şekil 7 Ölçeklenmiş Legendre Polinomları İçin Hatanın Değişimi



Şekil 8 Kesilmiş Legendre Polinomları İçin Hatanın Değişimi



Şekil 9 Haar Açılım İşlevleri İçin Hatanın Değişimi

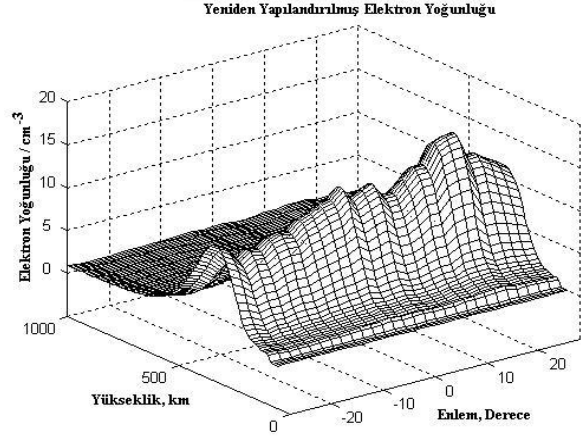
Gerçekleştirilen senaryoda CYY algoritması için elde edilen hata 0.2279 olmuştur. Kullanılan diğer algoritmalar için yeniden yapılandırma hataları,  $\epsilon(N_{opt},3)$ , Tablo 3'te verildi.

	Haar	Ölçeklenmiş Legendre	Kesilmiş Legendre
DEK	28	32	32
TEK	28	54	32
KTDA	28	32	32

Tablo 2. Kullanılan Yatay Açılım İşlevi Sayıları,  $N_{opt}$ .

	Haar	Ölçeklenmiş Legendre	Kesilmiş Legendre
DEK	0.2795	0.5860	0.1798
TEK	0.1813	1.4852	0.2319
KTDA	0.2797	0.6116	0.1798

Tablo 3. Yeniden Yapılandırma Hatası,  $\epsilon(N_{opt},3)$ .



Şekil 10. DEK Algoritması ve Kesilmiş Legendre için yeniden yapılandırma.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada tek bir alıcı senaryosunda yeniden yapılandırma algoritmaları olarak CYY, DEK, TEK ve KTDA ele alınmıştır. Yatay açılım işlevi olarak Haar açılım işlevleri, Ölçeklenmiş ve Kesilmiş Legendre polinomları denenmiştir. Yeniden yapılandırma hatasının değişimleri incelenerek, en uygun açılım işlevi-yeniden yapılandırma algoritması ikilisi belirlenmeye çalışılmıştır. Elde edilen sonuçlar için DEK-Kesilmiş Legendre ikilisinin en az hata verdiği, fakat Haar açılım işlevleri ile daha az işlem yükü ile başarılı yeniden yapılandırmanın yapılacağı gösterilmiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] Jeffrey R. A., Steven J. F., Liu, C. H., "Ionospheric Imaging Using Computerized Tomography", *Radio Science*, vol 23, no. 3, pages 299-307, May/June 1988.
- [2] Calais, E., Minster, J. B., "GPS, Earthquakes, The Ionosphere and the Space Shuttle", *Physics Of The Earth and Planetary Interiors*, pp.167-181, 1998.
- [3] Sutton, E., Na, H., "High Resolution Ionospheric Tomography Through Orthogonal Decomposition", *Proceedings of ICIP-94., IEEE International Conference*, Vol.2, 13-16 Nov., 148-152, 1994.
- [4] Kak, A. C., Slaney, M., "Principles of Computerized Tomographic Imaging", IEEE Press, 1988.
- [5] Zhu, W., Wang, Y., Deng, Y., Yao, Y., Barbour, R. L., "A Wavelet-Based Multiresolution Regularized Least Squares Reconstruction Approach for Optical Tomography", *IEEE Transaction on Medical Imaging*, vol. 16, no. 2, April 1997.
- [6] Hansen, P. C., "The truncated SVD as a method for regularization", *BIT*, vol. 27, pp. 534-553, 1987.
- [7] Golub, G. H., Hansen, P. C., O'Leary, D. P., "Tikhonov regularization and total least squares", *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, vol. 21, pp. 185-194, 2000.