

Kriging ve Rassal Alan Öncülü ile Sentetik Toplam Elektron İçeriği Aradeğerlemesi

Synthetic TEC Mapping with Kriging and Random Field Priors

Işıltan SAYIN¹, Feza ARIKAN², Orhan ARIKAN³

^{1,2}Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ankara

¹isiltan@ee.hacettepe.edu.tr ²arikan@hacettepe.edu.tr

³Bilkent Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ankara

³oarikan@ee.bilkent.edu.tr

Özetçe

Toplam Elektron İçeriği (TEİ) iyonosferdeki konum ve zamana bağlı değişkenliği incelemek için kullanılabilir önemli parametrelerden biridir. Bu çalışmada, jeostatistikte sıkça kullanılan Kriging ve Rassal Alan Öncülü (RAÖ) yöntemleri kullanılarak konumsal aradeğerleme yapılmıştır. İyonosferin sakin günleri ve orta enlem aralığında yer alan bölgelerinde sentetik TEİ dağılımları üzerinden Kriging ve RAÖ yöntemleri, yönseme işlevleri, örnekleme çeşitleri, örnek sayıları, sentetik yüzey oluşturmak için kullanılan eşdeğişinti fonksiyonunun standart sapması ve erimindeki değişiklikler üzerinden hesaplanmış ve aradeğerlemelerin ortalama normalize hataları kullanılarak karşılaştırılmıştır. Düzenli örnekleme rassal alanlara göre farklı yönseme varsayan aradeğerleme yöntemleri birbirlerine çok yakın ortalama normalize hata değerleri vermektedir. Değişinti artarken hata değerleri artmakta, erim artarken hata değerleri azalmaktadır. Her örnekleme yönteminde örnek sayısı artarken hata da azalmaktadır.

Abstract

Total Electron Content (TEC) can be used for analyzing the variability of the ionosphere in space and time. In this study, spatial interpolation is implemented by Kriging and Random Field Priors (RFP), which are widely used in geostatistics. Performance of Kriging and RFP methods are analyzed on synthetic TEC data for different trend functions, sampling patterns, sampling numbers, variance and range values of covariance function which is used to simulate the synthetic data, by comparing the normalized errors of interpolations. In regular sampling patterns, as opposed to random sampling, the normalized average error is very close to each other for all methods and trend assumptions. The error increases with variance and decreases with range. As the number of samples increase, the normalized error also decreases.

1. Giriş

İyonosfer konum ve zamana göre değişkenliği olan frekansa göre dağıtım bir atmosfer katmanıdır. Bir metre kare kesit alanlı bir silindirik içindeki toplam serbest elektron miktarı Toplam Elektron İçeriği (TEİ) olarak tanımlanır. Birimi TECU'dur ($1\text{TECU} = 10^{16}\text{el}/\text{m}^2$). TEİ değerleri incelenerek iyonosferin kısa ve uzun dönem değişkenliği karakterize edilebilir. TEİ, iyonosonda, geri saçılım evre uyumsuz radar ve aralarında GPS'in de bulunduğu çeşitli uydu sistemlerinin sinyallerinin işlenmesi ile kestirilebilir. Uzayda ve zamanda

örneklemenin yeteri sıklıkta yapılamaması ve iyonosferin fiziksel modellerinin yeterli olmaması yüzünden ölçüm konumlarının dışındaki konum ve zamanlarda TEİ değerlerinin kestirilmesi için güvenilir ve gürbüz aradeğerleme yöntemlerine gereksinim duyulmaktadır. Literatürde TEİ aradeğerleme için Küresel Harmonik ile açılım taban fonksiyonları, Multikvadrik uyarılma fonksiyonları, Spline, uzaklığın tersi ile ağırlıklandırma yöntemleri kullanılmıştır [1], [2]. Jeostatistikte en sık kullanılan Kriging, TEİ aradeğerleme konusunda çok az ve yetersiz uygulanmıştır. [2]'de Kriging ve Multikvadrik yöntemleri GPS ile elde edilen TEİ değerlerinin aradeğerlemesinde kullanılmış, iki yöntemle de birbirine yakın sonuçlar elde edilmiştir. RAÖ yöntemi [3] ise daha önce iyonosfere hiç uygulanmamıştır.

Bu çalışmada, iyonosferin sakin gün ve orta enlemlerdeki TEİ dağılımına benzer özelliklerde sentetik TEİ verileri, sabit, doğrusal, ikinci derece polinom ve Gauss yönseme fonksiyonları üzerine, farklı değişinti değerleri ve konumsal bağımlılıklarda, durağan bir rassal fonksiyonun gerçeklemeleri eklenerek elde edilmiştir. Sentetik TEİ verilerinin, kare, üçgen, altgen ızgara örnekleme [4] ve birbiçimli, engelli, kümeli rassal örnekleme [5] çeşitleri ile değişik sayıda alınan örnekler ile Kriging ve RAÖ yöntemleri ile aradeğerlemeleri yapılmıştır. Bu sayede yöntemlerin, yönseme fonksiyonu varsayımlarının doğruluğuna bağlı hatalar çeşitli örnekleme düzenleri ve sayıları, verilerdeki değişkenlik seviyeleri üzerinden karşılaştırılmıştır. Düzenli örnekleme ile yapılan aradeğerlemelerde yönseme varsayım hatası %10'un altında iken, rassal örnekleme ile yapılan yönseme hataları birbiçimli rassal örnekleme için %100 seviyesine kadar çıkmaktadır.

2. Rassal Fonksiyon Modeli ve İyonosfer

TEİ uzayda ve zamanda $\{Z(\mathbf{x}, t), \mathbf{x} \in D, t \in T\}$ rassal fonksiyonu ile modellenir. Uzayın sınırlı bir $D \in R^d$ bölgesinde yer alan $\mathbf{x} = [\theta \ \phi]^T$ konum vektörü θ enlem, ϕ boylamdan oluşmaktadır. İyonosferde TEİ kestirimini yapılacak bölge, enlemde N_θ , boylamda N_ϕ olmak üzere, $N_\theta N_\phi$ sayıda nokta içeren bir ızgara ile tanımlanabilir. Örnekleme yapıldığı konumlardaki TEİ ölçümlerinden ızgara noktaları üzerindeki TEİ değerleri kestirilerek TEİ haritası oluşturulur. Bu sayede, uzayda belli bir bölgedeki TEİ'nin konumsal değişimi incelenebilir. $1 \leq n_\theta \leq N_\theta$ ve $1 \leq n_\phi \leq N_\phi$ olmak üzere, $l = n_\theta + (n_\phi - 1)N_\theta$ leksikografik indeksi kullanılarak ızgara noktaları üzerindeki TEİ değerleri

$\mathbf{g}_{s, N_p N_d \times 1}$ vektörü şeklinde yazılabilir. \mathbf{x}_{n_a} , $n_a = 1, \dots, N_a$, noktalarında yapılan TEİ ölçümleri $\mathbf{d}_{N_a \times 1}$ vektörü halinde ifade edilebilir. TEİ haritalama, ölçülen TEİ değerlerini içeren \mathbf{d} ölçüm vektöründen, ızgara noktalarındaki bilinmeyen TEİ değerlerini ifade eden \mathbf{g}_s vektörünün kestirilmesi problemi olarak tanımlanabilir. Tüm l noktalarındaki kestirimler,

$$\hat{\mathbf{z}}_s = [\hat{Z}_s(1) \dots \hat{Z}_s(l) \dots \hat{Z}_s(N_p N_d)]_{1 \times N_p N_d}^T \quad (1)$$

kestirim vektörü ile gösterilebilir.

$Z(\mathbf{x})$ rassal fonksiyonunun bütün $\mathbf{x} \in D$ noktalarının ortak birikimli dağılım fonksiyonunun konumdan bağımsız olması tam durağanlık olarak tanımlanır. Fakat her nokta için birikimli dağılım fonksiyonunun belirlenmesi mümkün olmadığından aralarında $\mathbf{h} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ vektörü bulunan nokta çiftleri kümelerinden rassal fonksiyonun istatistiksel özellikleri ile ilgili bilgi edinmeye çalışılır. Jeostatistikte, genellikle, ikinci dereceden durağanlığa göre daha esnek olan içsel durağanlık varsayımı yapılır. İçsel durağan rassal fonksiyon aşağıdaki denklemleri sağlamalıdır.

$$E\{Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})\} = \mu(\mathbf{h}) \quad (2)$$

$$\text{var}\{Z(\mathbf{x}) - Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})\} = 2\gamma(\mathbf{h}) \quad (3)$$

Yukarıdaki eşitliklerde $\mu(\cdot)$ yönseme, $\gamma(\cdot)$ yarıdeğişinti fonksiyonudur. $E\{\cdot\}$ beklenti, $\text{var}\{\cdot\}$ değişinti işlevidir. İkinci dereceden durağanlık sağlandığında eşdeğişinti ve yarıdeğişinti fonksiyonları

$$\gamma(\mathbf{h}) = \text{cov}(\mathbf{0}) - \text{cov}(\mathbf{h}) \quad (4)$$

olarak gösterilir. Yukarıdaki denklemde $\text{cov}\{\cdot\}$ eşdeğişinti fonksiyonudur. Durağanlığın sağlanmadığı durumlarda rassal fonksiyon, konum ve zamanın fonksiyonu olan yönseme fonksiyonu ve durağan bir rassal fonksiyonun toplamı olarak düşünülebilir. Sabit bir $t = t_0$ anında:

$$Z(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}) + Y(\mathbf{x}) \quad (5)$$

Yukarıdaki eşitlikte $\mu(\mathbf{x}) = E\{Z(\mathbf{x})\}$ iyonosferdeki TEİ değerlerinin yönseme fonksiyonunu, $Y(\mathbf{x})$ ise yönseme fonksiyonu üzerinde değişen, ortalaması sıfır ve durağan TEİ rassal fonksiyonunu göstermektedir [6].

TEİ rassal fonksiyonun yönseme ve rassal kısmı ile ilgili ayrıntılı çalışmalar daha önceden yapılmadığı için yönseme fonksiyonlarının neler olduğu iyonosfer fiziği ile ilgili genel bilgilerden oluşturulabilir. Eşdeğişinti veya yarıdeğişinti fonksiyonunun kestirilmesi için TEİ rassal fonksiyonundan yönsemenin çıkarılması gereklidir.

3. Kriging ile Aradeğerleme

Kriging yöntemi uzayda yakın olan noktaların birbirlerine yakın değerler aldığı kabul eder. Değerlerin, noktaların arasındaki mesafeye bağlılığı yarıdeğişinti fonksiyonu ile ifade edilir. Kriging denklemleri konumsal tahmini ölçüm değerlerinin doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edip, katsayıları hatanın varyansını enküçültmek ve yansızlığı sağlayacak şekilde bulmaya çalışır. En iyi doğrusal yansız kestirici (BLUE) olarak bilinir. Kriging hesaplamalarında

kullanılan deneysel yarıdeğişinti fonksiyonu aralarında \mathbf{h} vektörü bulunan, $N(\mathbf{h})$ sayıda çift oluşturan \mathbf{x}_i ve \mathbf{x}_j noktaları arasında

$$\gamma^*(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{i \neq j}^{N(\mathbf{h})} [Z(\mathbf{x}_i) - Z(\mathbf{x}_j)]^2 \quad (6)$$

hesaplanarak bulunur. Yarıdeğişinti fonksiyon modellerinin deneysel yarıdeğişintiye uyarlanması ile teorik yarıdeğişinti fonksiyonu elde edilir. Kriging yöntemlerinde, ızgara noktalarındaki kestirim değerleri, ölçüm noktalarının doğrusal kombinasyonları olarak yazılır.

$$\hat{Z}_s(l) = \sum_{n_k=1}^{N_k} w_{l,n_k} Z(\mathbf{x}_{n_k}), \quad l=1 \dots N_p N_d \quad (7)$$

Yukarıdaki eşitlikte w_{n_k} Kriging ağırlıklarını, $\hat{Z}_s(l)$, 1. eşitlikte verilen $\hat{\mathbf{z}}_s$ kestirim vektörünün l indeksli noktaya karşılık gelen elemanı göstermektedir.

Evrensel Kriging yönteminde, $Z(\mathbf{x})$ rassal fonksiyonun beklentisinin konumun bir fonksiyonu olduğu ve bilinen fonksiyonların doğrusal kombinasyonları olduğu varsayımı yapılır.

$$\mu(\mathbf{x}) = E\{Z(\mathbf{x})\} = \sum_{n_k=1}^{N_k} a_{n_k} f_{n_k}(\mathbf{x}), \quad f_1(\mathbf{x}) = 1 \quad (8)$$

Yukarıdaki yönseme fonksiyonu TEİ değerlerini gösteren rassal fonksiyonun beklentisidir. a_{n_k} , $1 \leq n_k \leq N_k$, yönseme fonksiyonunun bilinmeyen katsayıları, $f_{n_k}(\mathbf{x})$ yönseme fonksiyonunu oluşturan bilinen fonksiyonlardır. Genellikle $f_{n_k}(\mathbf{x})$ fonksiyonları polinom terimleri olarak seçilir. Kriging ağırlıkları, kestirim hatasının varyansının Lagrange çarpanları yöntemi ile enküçültülmesi ile bulunabilir [7], [8]. Bu çalışmada, sabit yönseme (11. denklem) varsayımı yapan Normal Kriging (NK), doğrusal yönseme (12. denklem) varsayımı yapan Evrensel Kriging 1 (EK1) ve ikinci dereceden polinom yönseme (13. denklem) varsayan Evrensel Kriging 2 (EK2) yöntemleri seçilmiştir.

4. Rassal Alan Öncülü ile Aradeğerleme

RAÖ yönteminde ikinci bölümde tanımlanan ızgara noktaları üzerindeki TEİ değerlerinin ve örneklenen noktalardaki TEİ değerlerinin ortak Gauss dağılımına sahip olduğu varsayılır.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_s \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_g \\ \boldsymbol{\mu}_d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{gg} & \mathbf{R}_{gd} \\ \mathbf{R}_{dg} & \mathbf{R}_{dd} \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

Yukarıdaki ifadede $\boldsymbol{\mu}_g$ ve $\boldsymbol{\mu}_d$, sırasıyla \mathbf{g}_s ve \mathbf{d} vektörlerinin beklentilerini, \mathbf{R}_{gg} ve \mathbf{R}_{dd} , sırasıyla, \mathbf{g}_s ve \mathbf{d} vektörlerinin eşdeğişinti matrislerini, \mathbf{R}_{dg} ve \mathbf{R}_{gd} , \mathbf{g}_s ve \mathbf{d} vektörlerinin çapraz eşdeğişinti matrislerini göstermektedir. Ölçüm değerleri olmadan ızgara noktalarındaki en iyi kestirim, \mathbf{g}_s vektörünün beklentisi $\boldsymbol{\mu}_g$ olur. Ölçüm değerleri TEİ rassal fonksiyonu ile ilgili yeni bilgiler sağlar. \mathbf{d} ölçüm vektörü verildiğinde, ızgara noktalarındaki TEİ değerlerini içeren \mathbf{g}_s vektörünün enküçük ortalama kare hata kestirimi aşağıda verilmektedir [3].

$$\hat{\mathbf{z}}_s = E\{\mathbf{g}\mathbf{d}\} = \boldsymbol{\mu}_g + \mathbf{R}_{gd}\mathbf{R}_{gg}^{-1}(\mathbf{d} - \boldsymbol{\mu}_d) \quad (10)$$

$$\varepsilon_n = \frac{\|\hat{\mathbf{z}}_s - \mathbf{g}_s\|^2}{\|\mathbf{g}_s\|^2} \quad (16)$$

5. Aradeğerleme Benzetimleri

İyonosferin gelişmiş bir ileri modelinin bulunmaması ve örnekleme konumunda ve zamanda yeteri sıklıkta yapılamaması, aradeğerleme kestirimlerinin başarımlarının karşılaştırılmasında sentetik TEİ yüzeylerinin kullanılmasını gerekli kılmaktadır. TEİ değerleri için Kriging ve RAÖ yöntemlerinin Giriş bölümünde sözü edilen parametrelere göre kestirim başarımları bu çalışmayla ilk defa bu detayda yapılmaktadır. Sentetik TEİ yüzeylerinin gerçekleştirilmesi, sakin iyonosfer durumu için, orta enlemlerde bulunan, enlemde 1^0 aralıklı $N_\theta = 11$, boylamda 1^0 aralıklı $N_\phi = 24$ olacak şekilde, 264 noktadan oluşan ızgara üzerinde yapılmıştır. TEİ'nin orta enlemlerde zamana ve konuma bağlı yönseme 5. eşitlikteki rassal model kullanılarak aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$\mu_1(\mathbf{x}) = a_1 \quad (11)$$

$$\mu_2(\mathbf{x}) = a_1 + a_2\theta + a_3\phi \quad (12)$$

$$\mu_3(\mathbf{x}) = a_1 + a_2\theta + a_3\phi + a_4\theta^2 + a_5\theta\phi + a_6\phi^2 \quad (13)$$

$$\mu_4(\mathbf{x}) = a_1 + \exp\left[-\left(\frac{\theta - \theta_0}{a_2}\right)^2 - \left(\frac{\phi - \phi_0}{a_3}\right)^2\right] \quad (14)$$

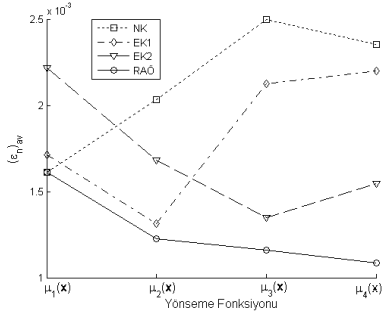
Yönseme fonksiyonlarının parametreleri, iyonosferdeki kuzeyden güneye artışı ifade edebilecek ve ızgara noktalarında en küçük 15 TECU, en büyük 25 TECU olacak şekilde seçilmiştir. Bu çalışmada TEİ'nin yönseme üzerinde konuma bağlı değişimleri, durağan $Y(\mathbf{x})$ rassal fonksiyonunun 15. denklemde verilen eşyönlü üssel eşdeğişinti fonksiyonunun kullanıldığı Cholesky Ayrıştırma yöntemi yoluyla gerçekleştirilmiştir [7].

$$\text{cov}(\mathbf{h}) = \sigma^2 \exp\left(\frac{-|\mathbf{h}|}{a}\right) \quad (15)$$

Yukardaki eşitlikte σ^2 iyonosferin sakin ve bozulmalı günleri için 0.64, 1.44 ve 2.56 olarak seçilmiştir. Konumsal bağımlılığın uzaklıkla değişimini belirleyen erim, a , çalışma bölgesindeki en büyük uzaklık içerisinde kalacak şekilde 5, 10 ve 15 olarak seçilmiştir. Örnekleme kare, eşkenar üçgen veya altgenlerin oluşturduğu ızgara noktalarında düzenli olarak veya birbiriçimli, engelli ve kümeli seçilerek rassal olarak yapılmıştır. Herbir örnekleme çeşidinde 20 (%7.6), 30 (% 11.4), 40 (%15.2), 50 (%19.0), 60 (%22.7) ve 70 (%26.5) sayılarında nokta örneklenmiştir. Aradeğerleme yöntemleri olarak üçüncü bölümde anlatılan, $N_k = 1$ için NK, $N_k = 3$ için EK1 yöntemi, $N_k = 6$ için EK2 ve dördüncü kısımda anlatılan RAÖ yöntemi kullanılmıştır.

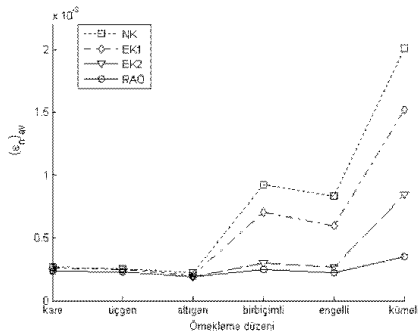
Herbir örnekleme çeşidi, örnek sayısı, yönseme fonksiyonu, değişinti σ^2 ve erim a değerleri için sentetik TEİ değerleri 10 kez gerçekleştirilerek örnekleme noktalarında aradeğerleme yöntemleri uygulanarak ızgara noktalarındaki değerler kestirilmiştir. Her bir gerçekleştirme için normalize hata

olarak hesaplanmıştır. Ortalama normalize hata değerleri, $(\varepsilon_n)_{av}$, herbir senaryo için yapılan benzetimlerin sonucunda hesaplanan normalize hata değerlerinin ortalaması olarak hesaplanmıştır. Bütün aradeğerleme yöntemlerinde sentetik TEİ verilerinin eşdeğişinti veya yarıdeğişinti fonksiyonları bilinmektedir. Böylece eşdeğişinti yapısını tahmin ederken yapılacak olan hata, aradeğerleme sonuçlarını etkilemeyecektir. Hatalar yöntemlerin farklı yönseme fonksiyonu varsayımları, örnekleme düzen ve sayıları, eşdeğişinti fonksiyonunun değişinti ve erim değerlerinden kaynaklanacaktır. RAÖ yönteminde yönseme fonksiyonunun bilindiği varsayılmaktadır. Bu sayede yönseme fonksiyonunun bilindiği durumlar ile yönseme fonksiyonunun farklı fonksiyonlar varsayıldığı durumlardaki hata değerleri, örnekleme durumları, değişinti ve erim değerleri üzerinden, birbirleri ile karşılaştırılabilir. Yapılan aradeğerleme benzetimlerinde genel olarak değişinti artarken hata değerleri de artmakta, yöntemler birbirlerine yakın hatalar vermektedir, erim artarken bütün hata değerleri azalmaktadır. Yönseme fonksiyonunun sabit veya doğrusal olduğu ve düzenli örnekleme ile yapılan aradeğerlemelerde, tüm değişinti ve erim değerleri için bütün yöntemler birbirlerine çok yakın sonuçlar vermiştir. Yönsemenin sabit, örnekleme rassal olduğu durumlarda, EK2 en fazla hata değeri verirken, NK RAÖ'ye en yakın hata değerleri vermiştir. Yönseme doğrusal, örnekleme rassal iken, NK en fazla hata değeri verirken, EK1 RAÖ'ye çok yakın sonuçlar vermiştir. Yönsemenin 2. dereceden polinom fonksiyonu, örnekleme düzenli olduğu durumlarda, değişinti azken, EK2 RAÖ'ne çok yakın, NK ve EK1 bunlara göre daha fazla hata değerleri vermiş, örnekleme sayıları arttıkça, NK ve EK1, RAÖ hata değerlerine yaklaşmıştır. Değişinti arttıkça NK ve EK1, RAÖ ve EK2'ye yakın hatalar vermekte ve bütün yöntemlerin hataları artmaktadır. Yönseme 2. dereceden polinom fonksiyonu, örnekleme rassal iken NK EK1'e göre daha fazla hata vermiş, EK2 ve RAÖ düşük değişintiler için birbirlerine çok yakın hata değerleri vermiştir. Değişinti az iken Gauss yönsemede, 2. derece polinom fonksiyonundan farklı olarak, bütün örnekleme düzenleri için NK, EK1, EK2 hataları birbirine yakın, RAÖ'ne göre daha fazla hata değerleri vermiştir. Şekil.1'de $\sigma^2 = 1.44$, $a = 5$ iken birbiriçimli dağılmış 30 örnekleme ile hesaplanan ortalama normalize hata değerlerinin yönseme fonksiyonuna göre değişimi görülmektedir. Kriging yöntemleri ile RAÖ arasındaki görelî hata $\varepsilon_r^K = 100 \times \frac{(\varepsilon_n)_{av}^K - (\varepsilon_n)_{av}^{RAO}}{(\varepsilon_n)_{av}^{RAO}}$ ile gösterilmektedir. Tablo.1 ve Tablo.2'de $\sigma^2 = 1.44$, $a = 5$, örnek sayısı 30 için, RAÖ'nün ortalama normalize hatası ve NK, EK1, EK2'nin görelî hataları, sırasıyla, düzenli kare ve rassal birbiriçimli örnekleme düzenleri için verilmiştir. Tablo.1'de düzenli kare örnekleme ile yapılan aradeğerlendirme benzetimlerinde farklı yönseme varsayımları yöntemlerin hata değerlerinde fazla bir sapmaya neden olmamıştır. RAÖ yöntemine göre ortalama normalize hata değerlerindeki artış %10 dan azdır. Tablo.2'de rassal örnekleme çeşitlerinden olan birbiriçimli örnekleme ile aradeğerlemede yönseme yanlış tahmin edildiğinde NK yöntemi için RAÖ'ne göre %100'ün üzerinde hata artışları gözlenmektedir.

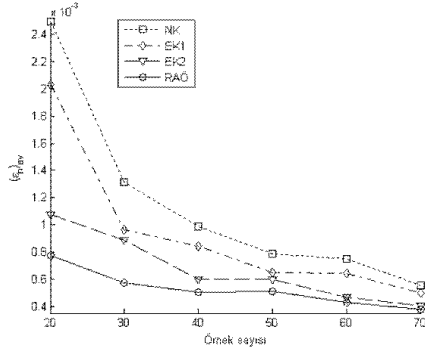


Şekil.1 Yönseme ve ortalama normalize hata

Şekil.2'de yönseme fonksiyonu $\mu_3(x)$, $\sigma^2 = 0.64$, $\alpha = 10$ ve 30 örnek sayısı için ortalama normalize hatanın örneklem düzenleri ile değişimi gözükmektedir. Düzenli örneklemeler birbirlerine yakın hatalar veririrken rassal örneklemeler de engelli en az, kümeli örneklemeye en fazla hata değerleri vermektedir.



Şekil.2 Örneklem düzeni ve ortalama normalize hata



Şekil.3 Örnek sayısı ve ortalama normalize hata

Şekil.3'de yönseme fonksiyonu $\mu_3(x)$, $\sigma^2 = 1.44$, $\alpha = 10$, değerleri için birbiriçimli dağılmış örneklemelerle aradeğerleme hatalarının örnek sayısına göre değişimi gözükmektedir. Yönseme ikinci dereceden olduğu için EK2, RAÖ'ye en yakın hata değerleri, NK en fazla hata değerleri vermektedir.

6. Sonuçlar

Bu çalışmada, jeostatistikte sıkça kullanılan Kriging ve RAÖ yöntemlerinin başarımları, iyonosferin orta enlem ve sakin günlerindeki TEİ değerlerine uygun özelliklerde veri benzetimi yapılarak elde edilen sentetik TEİ kullanılarak, örneklem yapıları, eşdeğişinti fonksiyonu parametreleri ve yönseme fonksiyonları üzerinden incelenmiştir. RAÖ

yönteminde yönsemenin bilindiği kabul edildiği için, RAÖ hata değerleri Kriging yöntemleri ile elde edebileceğimiz en doğru hata değerleridir. Yanlış yönseme varsayımları yapıldığında oluşacak hataların yönsemenin bilindiği durumdaki hatadan ne kadar farklı olduğu ve örneklem düzenlerinin bu farkı nasıl etkilediği incelenmiştir. İlerdeki çalışmalarda aradeğerlemeler uzay ve zamanda yapılarak, TEİ'nin kestiriminde konumda alınan ölçümlerin yanında zamandaki ölçümler de kullanılacaktır.

	$(\epsilon_n)_{av}^{RAÖ}$	ϵ_r^{NK}	ϵ_r^{EK1}	ϵ_r^{EK2}
$\mu_1(x)$	1.4×10^{-3}	+%0.0	-%0.1	+%1.1
$\mu_2(x)$	1.1×10^{-3}	+%0.3	+%0.0	-%0.2
$\mu_3(x)$	1.0×10^{-3}	+%9.0	+%8.6	+%0.4
$\mu_4(x)$	1.1×10^{-3}	+%9.2	+%8.9	+%4.8

Tablo 1: Kare örneklemeye ortalama bağlı hata

	$(\epsilon_n)_{av}^{RAÖ}$	ϵ_r^{NK}	ϵ_r^{EK1}	ϵ_r^{EK2}
$\mu_1(x)$	1.6×10^{-3}	+%0.1	+%6.3	+%37.5
$\mu_2(x)$	1.2×10^{-3}	+%66.0	+%7.3	+%37.3
$\mu_3(x)$	1.2×10^{-3}	+%115.0	+%83.0	+%16.0
$\mu_4(x)$	1.1×10^{-3}	+%117.0	+%103.0	+%43.0

Tablo 2: Birbiriçimli örneklemeye ortalama bağlı hata

7. Teşekkür

Bu çalışma TÜBİTAK EEEAG 105E171 tarafından desteklenmektedir.

8. Kaynakça

- [1] Moon, Y., Evaluation of 2-Dimensional Ionosphere Models for National and Regional Networks in Canada, Yüksek Lisans Tezi, The University of Calgary, Kanada, 2004.
- [2] Wielgosz, P., Brzezinska, D., Kashani, I., Regional Ionosphere Mapping with Kriging and Multiquadric Method, Journal of Global Pos. Sys., 2, 1, 48-55, 2003.
- [3] Vanmarcke, E., Random Fields: Analysis and Synthesis, The MIT Press, Londra, 1988, 382p.
- [4] Yfantis, E.A., Flatman, G.T., Behar, J.V., "Efficiency of Kriging Estimation for Square, Triangular, and Hexagonal Grids", Math. Geo., vol. 19, no. 3, 1987.
- [5] Zimmermann, D., Pavlik, C., Ruggles, A., Armstrong, M.P., "An Experimental Comparison of Ordinary and Universal Kriging and Inverse Distance Weighting," Math. Geo., vol. 31, No.4, 1999.
- [6] Kyriakidis, P. C., Journel, A., "Geostatistical Space-Time Models", Math. Geo., vol. 31, no. 6, 1999.
- [7] Cressie, N. A. C., Statistics for Spatial Data, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [8] Chiles, J. P., Delfiner, P., Geostatistics: modelling spatial uncertainty, John Wiley & Sons, New York, 1999, 695p.