

ADMM TABANLI SADECE FAZ İLE ANA HUZME GÜÇ KISITLI YAN HUZME BASTIRMA

ADMM BASED MAINLOBE POWER CONSTRAINED PHASE-ONLY SIDELobe SUPPRESSION

Yaşar Kemal Alp^{1,2}, Orhan Arıkan²

¹ Radar, Elektronik Harp ve İstihbarat Sistemleri Grubu, ASELSAN A.Ş.

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi
{ykemal,oarikan}@ee.bilkent.edu.tr

Özetçe —Dizi antenlerde sadece eleman fazları ile, ana huzme gücünü belirli bir seviyede tutarak, istenilen yöndeki yan huzme gücünü bastırmak için yeni bir yöntem önerilmiştir. Ana huzme güç kısıtlı yan huzme bastırımı dışbükey olan gevşetilmiş yarıkesin problem (RSDP) olarak kurgulanmıştır. Oluşturulan RSDP, CVX gibi diğer dışbükey çözümlerin çözebileceği en büyük tasarım problemlerine nazaran çok daha büyük problemleri çözebilen yön değiştirmeli çarpanlar yöntemi (ADMM) ile çözülmüştür. Bunun yanısıra bilindik dışbükey çözümler, kurgulanan RSDP için kerte-1 olan bir çözüm matrisi üretemezken, ADMM döngülerinde yapılan değişiklik ile kerte-1 olan bir çözüm matrisi elde edilmiştir. Yapılan deneylerde, ADMM tabanlı önerilen yöntemin, alternatif yöntemlere kıyasla 10dB'den fazla yan huzme bastırımı yapabildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler—dizi anten, gevşetilmiş yarıkesin problem, yön değiştirmeli çarpanlar yöntemi, dışbükey çözümler

Abstract—A novel sidelobe suppression technique is proposed for phased arrays, where only the phases of the array elements are adjusted to suppress the gain in the direction of interest while keeping the mainlobe power at a certain level. Mainlobe power constrained sidelobe suppression is formulated as a convex RSDP (Relaxed Semidefinite Program). Solution to resultant RSDP is obtained by ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers) technique, which can handle designs for arrays with number of elements is significantly larger than that can be handled by other convex solvers such as CVX. In addition, although the available convex solvers can not provide a rank-1 solution matrix, a rank-1 solution matrix is obtained by modifying the ADMM iterations. In the conducted experiments, it is observed that proposed ADMM based method can achieve more than 10dB improvement in sidelobe levels compared to alternative techniques.

Keywords—phased array, relaxed semidefinite program, alternating direction method of multipliers, convex solver

I. GİRİŞ

Dizi antenlerde, dizi elemanlarına farklı faz ve güç değerleri uygulanarak, anten örüntüsünün ana huzme ve yan huzme güç seviyeleri kontrol edilebilir, ana huzmenin baktığı yön belirlenebilir, belirli yönlerdeki yan huzme gücü bastırılabilir [1].

Tek bir güç kaynağının kullanıldığı pasif dizi antenlerde, her eleman için sadece faz kaydırıcı bulunduğundan bütün elemanlar aynı güç seviyesinde fakat kullanıcı tarafından seçilebilen fazlarda yayın yapmaktadır. Dolayısı ile oluşan

anten örüntüsü sadece faz kaydırıcılar ile kontrol edilmektedir. Bu çalışmada, dizi antenlerde, anten örüntüsünün istenilen yönlerdeki gücünü sadece faz kullanarak bastırma ve bu esnada da ana huzme gücünü de belirli bir seviyede tutan yeni bir yöntem önerilmektedir. Problem öncelikle dışbükey olmayan karesel kısıtlamalı karesel program (QCQP: Quadratically Constrained Quadratic Program) olarak modellenmiş daha sonra gevşetilerek dışbükey olan gevşetilmiş yarıkesin programa (RSDP: Relaxed Semidefinite Program) dönüştürülmüştür.

Dizideki eleman sayısının büyük olduğu durumlarda oluşturulan RSDP, işlem yoğunluğu nedeniyle bilindik dışbükey çözümler (CVX vb.) tarafından çözülememektedir [2]. Eleman sayısının küçük olduğu durumlarda ise bu çözümlerin sağladığı evrensel eniyi çözüm matrisi kerte-1 olmamaktadır [3]. Dolayısı ile bu matrizen kestirilen faz değerleri de hem ana huzme güç kriterini sağlamamakta hem de istenilen yönlerdeki bastırma miktarı yeterli olmamaktadır. Oluşturulan RSDP modelini hem büyük diziler için çözebilmek hem de elde edilen çözümün kerte-1 olmasını sağlamak için bu çalışmada yön değiştirmeli çarpanlar yöntemi (ADMM: Alternating Direction Method of Multipliers) kullanılmıştır [4]. ADMM sayesinde, oluşturulan RSDP, herbirinin analitik çözümü bilinen ya da çok kolay çözülebilen alt problemlere bölünmüş dolayısı ile işlem yoğunluğu azaltılmıştır. Buna ek olarak, yöntemin kerte-1 olan bir evrensel eniyi çözüm matrisi üretmesi için de ilgili alt problemlerde gerekli değişiklikler yapılmıştır. Sonuçta, önerdiğimiz yöntem sayesinde pratikte kullanılan anten dizilerinde yer alan eleman sayılarında dahi oluşturulan RSDP kerte-1 olarak çözülebilmektedir.

II. SADECE FAZ KULLANARAK YAN HUZME BASTIRMA

N adet elemandan oluşan bir dizi antenin eleman pozisyonları $\mathbf{p}_n = [p_{n,x}, p_{n,y}, p_{n,z}]^T$, $n=1, \dots, N$ ile belirtilsin. Dar bantlı uygulamalar için bu dizinin güç örüntüsü şu şekilde hesaplanır:

$$G(\theta, \phi) = \left| \sum_{n=1}^N \alpha_n v_n(\theta, \phi) \right|^2. \quad (1)$$

Burada λ yayının dalga boyunu, $\theta \in [0, \pi]$ yükseliş açısını, $\phi \in [0, 2\pi]$ yanca açısını, $v_n(\theta, \phi) = \exp\{j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_n^T \mathbf{a}(\theta, \phi)\}$ ile tanımlı manifold vektörünü, $\mathbf{a}(\theta, \phi) = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta]^T$ yönsel kosinüsleri, $\alpha_n, n=1, \dots, N$ ise karmaşık eleman katsayılarını belirtmektedir. Dizi elemanlarının karmaşık katsayıları uygun seçilerek antenin güç örüntüsü istenilen yönlerde bastırılabilir. Ancak yan huzmelerde bu bastırma yapılırken, ana huzme

gücününün de belirli bir seviyede tutulması gerekmektedir. Sadece faz kullanarak yan huzme bastırma probleminde α_n katsayıları aynı büyüklüğe sahiptir. Güç örüntüsünün bastırılmak istendiği yönler $(\theta_k, \phi_k), k=1, \dots, K$ ile, ana huzmenin bakmasını istediği yön $(\hat{\theta}, \hat{\phi})$ ile gösterildiğinde, sadece faz kullanarak ana huzme güç kısıtlı yan huzme bastırma problemi şu şekilde modellenilebilir:

$$\min_{\alpha_i \in \mathbb{C}, i=1, \dots, N} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K G(\theta_k, \phi_k)$$

öyle ki: $G(\hat{\theta}, \hat{\phi}) = \delta,$

$$|\alpha_1| = |\alpha_2| = \dots = |\alpha_N|. \quad (2)$$

Burada δ , ana huzme güç seviyesini belirtmektedir. Bu model ile, ana huzme yönündeki güç sabit tutularak, huzmenin bastırılmak istenen yönlerdeki ortalama gücünün enküçültülmesi amaçlanmıştır. $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]$, $\mathbf{v}(\theta, \phi) = [v_1(\theta, \phi), \dots, v_N(\theta, \phi)]^T$ ile gösterilerek (2)'deki eniyileme problemi

$$\min_{\alpha \in \mathbb{C}^N, \gamma \in \mathbb{R}^+} \alpha^T \sum_{k=1}^K \mathbf{v}(\theta_k, \phi_k) \mathbf{v}(\theta_k, \phi_k)^H \alpha^*$$

öyle ki: $\alpha^T \mathbf{v}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) \mathbf{v}(\hat{\theta}, \hat{\phi})^H \alpha^* = \delta,$

$$|\alpha_i| = \gamma, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

olarak yazılabilir. Notasyonu basitleştirmek için $\mathbf{V} = (1/K) \sum_{k=1}^K \mathbf{v}(\theta_k, \phi_k) \mathbf{v}(\theta_k, \phi_k)^H$, $\mathbf{W} = \mathbf{v}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) \mathbf{v}(\hat{\theta}, \hat{\phi})^H$ ve $\beta = \alpha^*$ olarak tanımlanarak, (3)'teki model aşağıdaki daha basit yapıya indirgenir:

$$\min_{\beta \in \mathbb{C}^N, \gamma \in \mathbb{R}^+} \beta^H \mathbf{V} \beta$$

öyle ki: $\beta^H \mathbf{W} \beta = \delta,$

$$|\beta_i| = \gamma, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4)$$

(4)'teki problem ikinci derece maliyet fonksiyonu ve ikinci derece kısıt fonksiyonu olan bir QCQP'dir. (4)'e tamamen denk olan yarıkesin problem (SDP: Semidefinite program) şu şekilde yazılabilir:

$$\min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times N}, \gamma \in \mathbb{R}^+} \text{tr}(\mathbf{V}\mathbf{X})$$

öyle ki: $\text{tr}(\mathbf{W}\mathbf{X}) = \delta,$

$$\mathbf{X}_{i,i} = \gamma, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$\mathbf{X} \succeq 0, \quad \text{kerte}(\mathbf{X}) = 1 \quad (5)$$

Burada, artık eniyileme değişkeni N boyutundaki bir vektör değil, $N \times N$ boyutundaki bir matristir. (5)'teki SDP, kerte kısıtlamasından dolayı dışbükey değildir. Bu kısıtlama kaldırılarak dışbükey olan gevşetilmiş yarıkesin problem (RSDP: Relaxed semidefinite program) elde edilebilir:

$$\min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times N}, \gamma \in \mathbb{R}^+} \text{tr}(\mathbf{V}\mathbf{X})$$

öyle ki: $\text{tr}(\mathbf{W}\mathbf{X}) = \delta,$

$$\mathbf{X}_{i,i} = \gamma, \quad i = 1, \dots, N$$

$$\mathbf{X} \succeq 0. \quad (6)$$

(6)'da verilen problem dışbükey olduğu için bilindik birçok SDP çözücüsü (CVX, vb.) ile evrensel eniyi noktası \mathbf{X}^* bulunabilir [2]. Asıl ulaşılmak istenen faz değerleri ise $\alpha = \mathbf{u}_1^* \sqrt{\sigma_1}$ olarak kestirilir. Burada σ_1 , \mathbf{X}^* 'in en büyük tekil değerini, \mathbf{u}_1

ise bu değere karşılık gelen sol tekil vektörünü belirtmektedir. Eğer, \mathbf{X}^* matrisi kerte-1 ise, hesaplanan faz değerleri (3)'ün evrensel eniyi çözümüdür ve bütün kısıtlarını sağlar. Ancak bu matris kerte-1 değilse, bu faz değerleri hem (3)'teki kısıtları sağlamayabilir hem de problemin evrensel eniyi çözümünden oldukça uzakta bir nokta olabilir.

(6)'nın çözümünde kullanılan dışbükey SDP çözücüsü ile ilgili iki problem vardır. Birincisi, SDP çözücüsü ara nokta (interior point) yöntemleri kullandıkları için, çok geniş ölçekli eniyileme problemlerini çözememektedir. Örneğin $N = 50$ için, (6)'daki bilinmeyen sayısı $N(N+1)/2 = 1275$ olmakta ve sıradan bir masaüstü bilgisayarda SDP çözücüsü çözüm üretememektedir. İkinci problem ise, çoğu zaman SDP çözücülerinin (6)'da verilen tipteki problemlerde ulaştıkları evrensel eniyi çözüm matrisi \mathbf{X} , kerte-1 olmamaktadır. Bu iki problemden dolayı bir sonraki bölümde, (6)'yı çözmek için kullandığımız eniyileme yöntemi detaylandırılacaktır.

III. ADMM KULLANARAK YAN HUZME BASTIRMA

ADMM, çok büyük sayıda bilinmeyen içeren bazı eniyileme problemlerini daha küçük problemlere bölerek çözen dögüsel bir yöntemdir [4]. ADMM, aşağıdaki yapıdaki problemlerin çözümünde kullanılmaktadır:

$$\min f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z})$$

öyle ki: $\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{z} = \mathbf{c}. \quad (7)$

Burada $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^p$, f ve g ise dışbükey fonksiyonlardır. Bu problem için genişletilmiş Lagrangian şu şekilde tanımlanır:

$$L_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z}) + \mathbf{y}^T (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{z} - \mathbf{c}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{z} - \mathbf{c}\|_2^2. \quad (8)$$

Burada $\rho > 0$ kısıtlardan olan sapmanın kontrolünü sağlayan ağırlıktır. ADMM'de her bir dögüde \mathbf{x} , \mathbf{z} ve \mathbf{y} güncellemeleri yapılır:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{x}} L_\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}^k, \mathbf{y}^k),$$

$$\mathbf{z}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{z}} L_\rho(\mathbf{x}^{k+1}, \mathbf{z}, \mathbf{y}^k),$$

$$\mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{y}^k + \rho(\mathbf{A}\mathbf{x}^{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{z}^{k+1} - \mathbf{c}). \quad (9)$$

Burada k dögü sayısını belirtmektedir. $\mathbf{u} = \mathbf{y}/\rho$ olarak tanımlanarak aşağıdaki şekilde yeniden ifade edilebilir.

$$\mathbf{x}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{z}^k - \mathbf{c} + \mathbf{u}^k\|_2^2$$

$$\mathbf{z}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{z}} g(\mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x}^{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{z} - \mathbf{c} + \mathbf{u}^k\|_2^2$$

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \mathbf{A}\mathbf{x}^{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{z}^{k+1} - \mathbf{c} \quad (10)$$

ADMM dögüleri 1. derece evrensel eniyi kriterlerinden türetilen, şu kriterler sağlandığında durdurulur:

$$\|\mathbf{r}^k\|_2 \leq \epsilon^{pri}, \quad \|\mathbf{s}^k\|_2 \leq \epsilon^{pri}, \quad (11)$$

burada $\mathbf{r}^k = \mathbf{A}\mathbf{x}^k + \mathbf{B}\mathbf{z}^k - \mathbf{c}$, $\mathbf{s}^k = \rho \mathbf{A}^T \mathbf{B}(\mathbf{z}^k - \mathbf{z}^{k-1})$, $\epsilon^{pri} = \sqrt{\rho} \epsilon^{abs} + \epsilon^{rel} \max(\|\mathbf{A}\mathbf{x}^k\|_2, \|\mathbf{B}\mathbf{z}^k\|_2, \|\mathbf{c}\|_2)$, $\epsilon^{dual} = \sqrt{\rho} \epsilon^{abs} + \epsilon^{rel} \mathbf{A}^T \mathbf{y}^k$. ϵ^{abs} ve ϵ^{rel} ise tipik olarak, sırasıyla, 10^{-4} and 10^{-2} olarak seçilir [4].

(6)'da verilen problemi ADMM ile çözebilmek için, her döngüdeki yapılacak olan \mathbf{x} , \mathbf{z} ve \mathbf{u} güncelleme basamaklarının (6)'ya göre tanımlanması gerekmektedir. (6) için \mathbf{x} -güncelleme basamağında çözülecek olan eniyileme problemi şu şekilde tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times N}, \gamma \in \mathbb{R}^+} \text{tr}(\mathbf{V}\mathbf{X}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}^k + \mathbf{U}^k\|_F^2 \\ \text{öyle ki: } \text{tr}(\mathbf{W}\mathbf{X}) &= \delta \\ \mathbf{X}_{i,i} &= \gamma, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (12)$$

Bu problemdeki eniyileme bilinmeyi $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ karmaşık elemanlardan oluşmaktadır. Bu probleme denk olan ve gerçel bilinmeyenlerden oluşan eniyileme problemi

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}^{k+1} &= \arg \min_{\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{2N \times N}, \gamma \in \mathbb{R}^+} \text{tr}(\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{X}}) + \frac{\rho}{2} \|\hat{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{Z}}^k + \hat{\mathbf{U}}^k\|_F^2 \\ \text{öyle ki } \text{tr}(\hat{\mathbf{W}}\hat{\mathbf{X}}) &= \delta \\ \hat{\mathbf{X}}_{i,i} &= \gamma, \quad i = 1, \dots, N \\ \hat{\mathbf{X}}_{i+N,i} &= 0, \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (13)$$

olarak yazılabilir. Burada $\hat{\mathbf{X}} = [\Re(\mathbf{X}); \Im(\mathbf{X})]$, $\hat{\mathbf{V}} = [\Re(\mathbf{V}) - \Im(\mathbf{V})]$, $\hat{\mathbf{W}} = [\Re(\mathbf{W}) - \Im(\mathbf{W})]$, $\hat{\mathbf{Z}}^k = [\Re(\mathbf{Z}^k); \Im(\mathbf{Z}^k)]$, $\hat{\mathbf{U}}^k = [\Re(\mathbf{U}^k); \Im(\mathbf{U}^k)]$ ile tanımlıdır. $\Re(\cdot)$ ve $\Im(\cdot)$ argümanlarının, sırasıyla, gerçel ve sanal kısımlarını veren operatörlerdir. (13)'teki eniyileme değişkeni olan $\hat{\mathbf{X}}$ 'i vektör halinde yazabilmek için şu matris-vektör dönüşümlerini tanımlayalım: $\hat{\mathbf{x}} = \text{Vec}(\hat{\mathbf{X}})$, $\hat{\mathbf{v}} = \text{Vec}(\hat{\mathbf{V}}^T)$, $\hat{\mathbf{w}} = \text{Vec}(\hat{\mathbf{W}}^T)$, $\hat{\mathbf{z}}^k = \text{Vec}(\hat{\mathbf{Z}}^k)$, $\hat{\mathbf{u}}^k = \text{Vec}(\hat{\mathbf{U}}^k)$. Burada, $\text{Vec}(\cdot)$ argümanı olan matrisin sütunlarını alt alta ekleyerek vektör oluşturan operatördür. Bu durumda, (13)'e denk olan eniyileme problemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}^{k+1} &= \arg \min_{\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{2N}} \|\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{z}}^k + \hat{\mathbf{u}}^k + \frac{1}{\rho} \hat{\mathbf{v}}\|_2^2 \\ \text{öyle ki: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}. \end{aligned} \quad (14)$$

Burada $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(2N) \times 2N^2}$ dir ve $\mathbf{A}_{i,i+(i-1)2N} = 1, i = 1, \dots, N-1$, $\mathbf{A}_{i,i+1+2N} = -1, i = 1, \dots, N-1$, $\mathbf{A}_{i+N-1,i+(i-1)2N+N} = 1, i = 1, \dots, N$, $\mathbf{A}_{2N,1:2N^2} = \hat{\mathbf{w}}$ olup \mathbf{A} matrisinin diğer bütün elemanları ise 0'lardan oluşmaktadır. $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{2N}$ dir ve $a_i = 0, i = 1, \dots, 2N-1$, $a_{2N} = \delta$ 'dir. Aslında, (14)'de verilen eniyileme problemi, $\mathbf{d}^k = \hat{\mathbf{z}}^k - \hat{\mathbf{u}}^k - \hat{\mathbf{v}}/\rho$ 'nin ötelenmiş altuzayı olan $\mathbf{A}\mathbf{d}^k = \mathbf{a}$ üzerine izdüşümdür. Bu izdüşümünün analitik çözümü

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \mathbf{d}^k - \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}(\mathbf{A}\mathbf{d}^k - \mathbf{a}), \quad (15)$$

ile verilir. \mathbf{A} matrisi döngüden bağımsız olduğundan, hızlı \mathbf{x} -basamağı eniyilemesi için $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ 'nin tersi daha önce hesaplanıp saklanabilir. Evrensel eniyi $\hat{\mathbf{x}}^{k+1}$ bulunduktan sonra (12)'deki karmaşık $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, $\mathbf{Z}^k \in \mathbb{C}^{N \times N}$ and $\mathbf{U}^k \in \mathbb{C}^{N \times N}$ matrisleri oluşturulur.

Benzer şekilde, \mathbf{z} -eniyileme basamağında da basit bir eniyileme problemi çözümler. Bu basamakta (5)'teki kerte-1 kısıtı uygulamak için $\mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{U}^k$ matrisinin kerte-1 pozitif yarı kesin matrislerin uzayına olan izdüşümü $\mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{U}^k$ 'nin özdeğerlerinden en büyük özdeğer dışındakiler 0'a eşitlenerek bulunur:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{U}^k &= \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H, \\ \mathbf{Z}^{k+1} &= \sigma_* \mathbf{q}_* \mathbf{q}_*^H \end{aligned} \quad (16)$$

Burada, σ_* en büyük özdeğeri, \mathbf{q}_* ise bu değere karşılık gelen özvektörü belirtmektedir.

\mathbf{u} -eniyileme basamağında ise sadece toplama işlemi yapılır:

$$\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + \mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{Z}^{k+1}. \quad (17)$$

Sonraki bölümde önerilen çözüm tekniğinin başarımı incelenecektir.

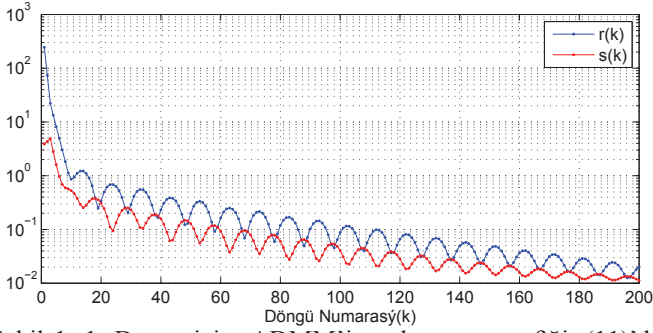
IV. DENEYLER VE KIYASLAMALAR

Bu bölümde farklı dizi yapıları ve huzme bastırma istekleri için önerilen ADMM'ye dayalı çözüm tekniği ile CVX'e dayalı tekniklerin başarımları kıyaslanacaktır. Kıyaslama metriği olarak, oluşan güç örüntülerinin bastırma yapılan yönlerdeki ortalama gücü, yani, $P_{ort} = \alpha^T \mathbf{V} \alpha^*$ kullanılmıştır.

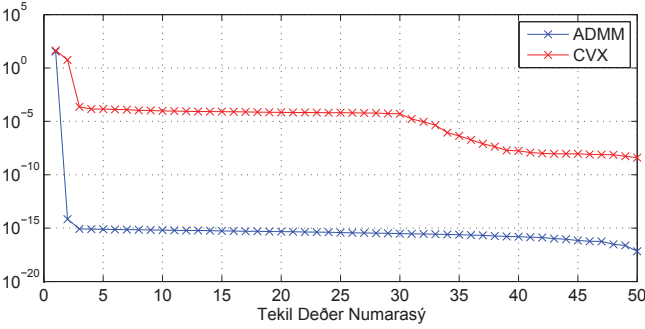
İlk deneyde, x eksenine dizilmiş, $N = 50$ elemandan oluşan doğrusal dizi anten kullanılmış, elemanlar arası uzaklık dalga boyunun yarısı ve yayın frekansı ise 1GHz olarak seçilmiştir. Huzme yancada $\hat{\phi} = 90^\circ$, yükselişte $\hat{\theta} = 90^\circ$ 'ye yönlendirilmek istenmiş, bastırılmak istenen yön bölgeleri yancada $\{\phi_k, |\phi_k \in [93^\circ, 103^\circ] \cup [120^\circ, 130^\circ] \cup [150^\circ, 160^\circ]\}$ ve yükselişte $\theta_k = 90^\circ$ olarak belirlenmiştir. Bu yönler Şekil-3'te yeşil noktalar ile belirtilmiştir. Ana huzme gücü ise erişilebilecek en yüksek gücün yarısı ($\delta = N^2/2$) olarak kısıtlanmıştır. Şekil-1'de, ADMM'nin yakınsama grafiği verilmiştir. (11)'de tanımlanan asıl hata $r(k)$ (mavi) ve eşters hata $s(k)$ (kırmızı) döngüsel olarak azalmaktadır. Bu da yöntemin yakınsadığını göstermektedir. Şekil-2'de, ADMM(mavi) ve CVX(kırmızı) ile elde edilen evrensel eniyi matrisin tekil değerleri verilmiştir. Görüldüğü üzere ADMM tarafından sağlanan çözüm matrisi kerte-1'dir. Şekil-3'te ise ADMM ve CVX çözümü sonunda oluşan güç huzmeleri verilmiştir. Mavi ile belirtilen örüntü, herhangi bir faz eniyilemesi yapılmaksızın sadece huzme yönlendirilmesi yapıldığında oluşan örüntüdür. Kırmızı ile belirtilen örüntülerden yukarıdaki ADMM, aşağıdaki ise CVX sonucunu göstermektedir. P_{ort} ADMM için -16.1dB, CVX için -5.6dB seviyesindedir. Bu değerler ADMM'nin CVX'e göre 10dB kadar daha iyi başarımlar sağladığını göstermektedir.

İkinci deneyde y - z düzlemine dizilmiş 10×3 'lük bir dizi kullanılmıştır ($N = 30$). Yayın frekansı, elemanlar arası mesafe ve huzme yönlendirme açısı ilk deneydeki gibi tutulmuştur. Bastırılmak istenen yön bölgeleri yancada $\{\phi_k, |\phi_k \in [17^\circ, 40^\circ]\}$ ve yükselişte $\{\theta_k, |\theta_k \in [85^\circ, 95^\circ]\}$ olarak belirlenmiştir. Bu bölgeler Şekil-5'te, yukarıda, siyah dikdörtgenel alan ile belirtilmiştir. Ana huzme gücü ise yine $\delta = N^2/2$ olarak kısıtlanmıştır. Şekil-4'te, ADMM ve CVX ile elde edilen evrensel eniyi matrisin tekil değerleri verilmiştir. Görüldüğü üzere ADMM yine kerte-1 olan bir çözüm matrisi üretmiştir. Şekil-5'te ise ADMM ve CVX çözümü sonunda oluşan güç huzmeleri verilmiştir. Yukarıda herhangi bir faz eniyilemesi yapılmaksızın sadece huzme yönlendirilmesi yapıldığında oluşan örüntü, ortada ADMM, aşağıda ise CVX sonuçları verilmiştir. P_{ort} ADMM için -22.8dB, CVX için -7.9dB seviyesindedir. ADMM yine CVX'e göre 14dB kadar daha iyi başarımlar göstermiştir.

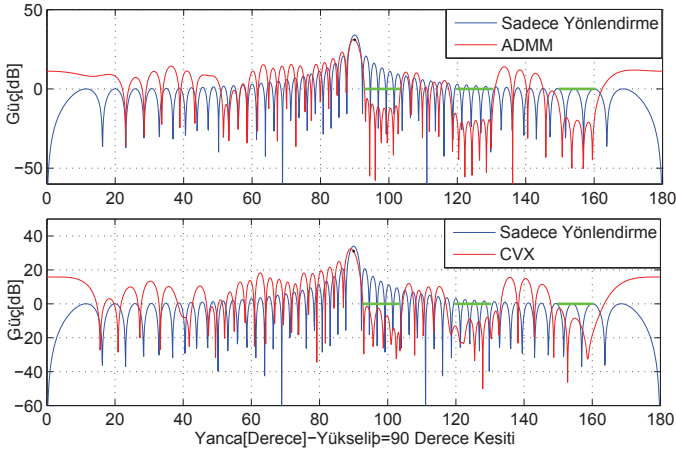
Bu iki deneyin dışında, $N = 200$ elemandan oluşan dizi için aynı problem ADMM ile başarılı bir şekilde çözülmüştür. Bu dizi ile ilgili grafikler yer kısıtlamasından dolayı bu çalışmaya eklenememiştir. Aynı dizi için CVX ise hafıza hatası vererek herhangi bir sonuç üretmemiştir.



Şekil 1: 1. Deney için ADMM'in yakınsama grafiği. (11)'de verilen $r(k)$ ve $s(k)$ 'nin döngü sayısına göre değeri.



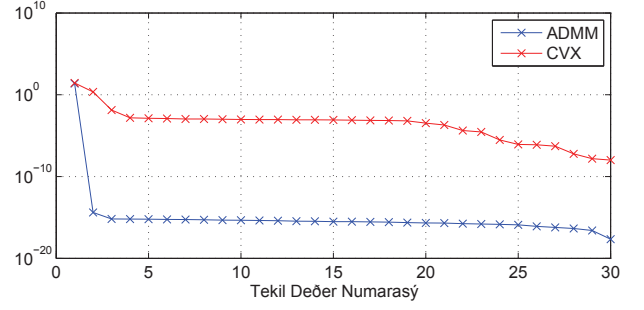
Şekil 2: 1. Deney için (6)'da verilen problemin ADMM ve CVX ile çözümünden elde edilen evrensel eniyi matrisin tekil değerleri.



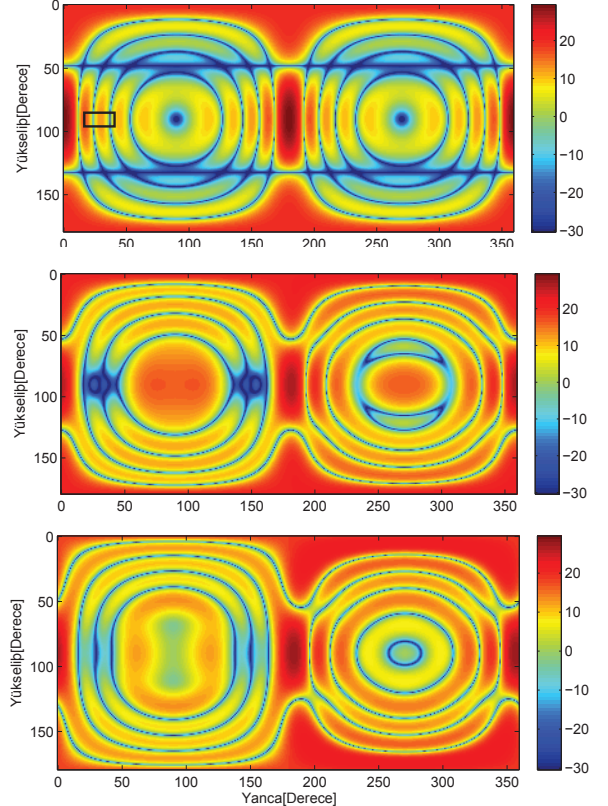
Şekil 3: Mavi: Faz eniyilemesi yapılmaksızın sadece huzme yönlendirmesi yapıldığında oluşan örüntü; Kırmızı: ADMM(yukarıda) ve CVX(aşağıda) ile elde edilen güç örüntüsü; Yeşil noktalar ise huzme bastırmasının yapılacağı yönleri belirtmektedir.

V. SONUÇLAR

Bu çalışmada, dizi antenlerde, sadece elemanların faz ayarlarını kullanarak ile ana huzme gücünü belirli bir seviyede tutar iken, istenilen yöndeki yan huzme gücünü önemli derecede bastırabilen yeni bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem tasarımı RSDP'ye dönüştürmüş ve ADMM kullanarak çözmüştür. ADMM'in yapısı itibarı ile RSDP daha küçük ve basit olan eniyileme problemlerine bölünmüş, bu sayede hızlı bir şekilde çözülebilmektedir. Ayrıca, ADMM döngüleri kerte-1 olan bir evrensel eniyi çözüm matrisi verecek şekilde değiştir-



Şekil 4: 2. deney için (6)'da verilen problemin ADMM ve CVX ile çözümünden elde edilen evrensel eniyi matrisin tekil değerleri.



Şekil 5: Faz eniyilemesi yapılmaksızın sadece huzme yönlendirmesi yapıldığında(yukarıda), ADMM(ortada) ve CVX(aşağıda) ile elde edilen güç örüntüsü. Yukarıdaki siyah dikdörtgen bastırılma yapılacak bölgeyi belirtmektedir.

ilmiştir. Yapılan deneylerde, ADMM'in ürettiği faz değerleriyle oluşturulan güç örüntülerinde, CVX'ile oluşturulanlara kıyasla, 10dB'den fazla bastırma sağlayabildiği gözlenmiştir.

KAYNAKÇA

- [1] R. J. Mailloux, "Phased array antenna handbook", Artech House, 2005.
- [2] CVX Research, Inc., "CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.0", <http://cvxr.com/cvx>, 2012.
- [3] Y.K. Alp, O. Arikan, and A. Bayri, "Phase-Only Beam Synthesis by Iterative Semidefinite Relaxations with Rank Refinement", Proc. EU-SIPCO2013, Marakesh, Morocco, 2013.
- [4] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, J. Eckstein, "Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers", Foundations and Trends in Machine Learning, vol. 3, pp. 1-122, 2011.