

Saklı Markov Modelleri ile İyonogram Ölçeklendirmesi

Ionogram Scaling using Hidden Markov Models

Gokhan Gok^{*†}, Yasar Kemal Alp^{*}, Orhan Arikan[†], Feza Arikan[‡]

^{*}Radar Elektronik Harp ve İstihbarat Sistemleri, ASELSAN A.Ş., Ankara, Türkiye

[†]Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye

[‡]Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye

Özetçe —Bu çalışmada, ionosondalar tarafından elde edilen iyonogram ölçümleri kullanılarak, iyonküredeki elektron yoğunluk dağılımının otomatik olarak hesaplanmasını sağlayan yeni bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem, Saklı Markov modellerini kullanarak iyonogram verileri içerisinde elektron yoğunluk dağılımı hakkında bilgi içeren ölçümleri belirleyerek model tabanlı bir en iyileme problemine girdi sağlamak ve model parametrelerinin en iyilenmesi ile elektron yoğunluk dağılımını geri çatismaktadır. Önerilen yöntemin başarımının standart olarak kullanılan tekniklerden daha üstün olduğu gerçek iyonosonda verileri üzerinden gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler—İyonosonda, iyonogram ölçekleme, geri çatım problemi, en iyileme, Saklı Markov modelleri, uzaktan sezme.

Abstract—In this paper, a novel method for electron density reconstruction using ionosonde data is proposed. Proposed technique uses Hidden Markov Models for extracting echoes that provides valuable information about electron density distribution in order to provide input to a model based optimization technique that reconstructs the electron density distribution by solving model parameters. Analysis on real ionosonde data shows that proposed technique outperforms standard techniques in the literature.

Keywords—Ionosonde, ionogram scaling, electron density reconstruction, model based optimization, Hidden Markov Models, remote sensing.

I. GİRİŞ

İyonosondalar, radar benzeri bir prensip ile çalışan ve iyonküredeki elektron yoğunluk dağılımı hakkında değerli bilgiler sağlayan uzaktan algılama sensörleridir. Elektromanyetik dalgaların iyonküredeki yayılımı boşluktaki hızından daha yavaş olacak şekilde elektron miktarına bağlı olarak değişmektedir. Birim hacimde bulunan elektron yoğunluk miktarı yeterli seviyeye ulaştığında, kırınım indisi sıfıra ulaşmakta ve yansıma gerçekleşmektedir. İyonosondalar, iyonküreye 1-20 MHz frekans aralığında gönderilen elektromanyetik dalgaların yansımalarını tespit etmek ve bu yansımaların geri dönüş zamanlarından, iyonogramlarında, iyonküredeki elektron yoğunluğunu yüksekliğe bağlı olarak geri çatmak amacıyla tasarlanmışlardır. Bu geri çatım işlemine 'iyonogram ölçeklendirme' veya 'gerçek yükseklik analizi' adı verilmektedir. İyonogram ölçeklendirmesi, iyonogramların ham hallerinde görülen yer

yüzeyi ile iyonküre arasındaki çoklu yansımalar, yanlış tespitler gibi 2'de örneği gösterilen pratik problemler sebebiyle zorlaşmakta ve kullanılan tekniklerin bu tip durumlara karşı gürbüz olması gerekmektedir.

'Automatic Real Time Ionogram Scaler with True Height' (ARTIST) [1] iyonogramların otomatik olarak ölçeklendirilmesi amacıyla kullanılan standart yöntemdir. ARTIST yazılımı iyonogram içerisinde ilk olarak elektron yoğunluk dağılımı hakkında bilgi sağlayan ölçümleri seçer. Ardından NHPC [2] yöntemini kullanarak elektron yoğunluk dağılımının yüksekliğe bağlı profilini oluşturur. ARTIST yöntemi dahil olmak üzere günümüzde kullanılan yöntemlerin hiç birisi otomatik iyonogram ölçeklendirmesini sahte ölçümler ve yer yüzeyi kaynaklı çoklu yansımalar sebebiyle gürbüz olarak yapamamakta ve sıklıkla kabul edilemeyecek sonuçlar vermektedirler [3].

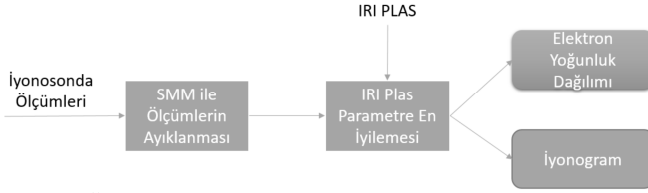
Bu çalışmada, iyonogramların otomatik olarak ölçeklendirilmesi için kullanılabilecek yeni bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem, ilk olarak Saklı Markov Modeli (SMM) ile iyonogram içerisinde bulunan ölçümlerden elektron yoğunluk dağılımı hakkında bilgi sağlayan ölçümleri ayıklamakta ve ardından ilgili ölçümler kullanılarak elektron yoğunluk dağılımı model tabanlı bir en iyileme problemi olarak tanımlanmaktadır. Tanımlanan en iyileme probleminin çözümü doğrusal olmayan problemlere uygulanabilen bir en iyileme yöntemi olan altın kesit yöntemi [4] bulunmaktadır. Önerilen yöntemin başarımı Pruhonic, Çek Cumhuriyeti iyonosonda istasyonundan alınan gerçek veriler üzerinde ARTIST sonuçlarıyla kıyaslanmıştır.

II. ÖLÇÜM MODELİ

Elektromanyetik dalganın, iyon küredeki hızı kırınım indisine bağlı olarak hesaplanabilmektedir. Verilen bir kırınım indisi profili $\mu(h, f)$ için iyonosonda tarafından ölçülen hayali yükseklikler

$$h'_r(f) = \int_0^{h_r(f)} \frac{1}{\mu(N_e(h), f)} dh, \quad (1)$$

ifade edilebilir. Burada $h_r(f)$ elektron yoğunluğunun f frekansı için kritik seviyeye ulaştığı gerçek yansıma yüksekliği ifade etmektedir ve bu yükseklikte $\mu(h, f) = 0$ eşitliği sağlanmaktadır. Kırınım indisi $\mu(h, f)$, verilen bir elektron yoğunluk dağılımı $N_e(h)$ için Appleton-Hartree ilişkisi kullanılarak hesaplanabilir [5].



Şekil 1: Önerilen otomatik ionogram ölçeklendirme yönteminin akış şeması.

(1)'de verilen denklem ionosonda ölçümleri ile elektron yoğunluk dağılımı arasındaki temel ilişkiyi göstermektedir. Otomatik ionogram ölçeklendirmesi problemi, ionogram ölçümlerinin kullanılarak elektron yoğunluk dağılımı profilinin hesaplandığı bir geri çatma problemidir.

İyonosonda hayali yükseklik değerlerini 1-20 MHz frekans aralığında ölçmektedir. Bu çalışmada önerilen yöntem Digisonde [6] ionosondası tarafından toplanan ölçümler üzerinde uygulanmıştır. Bu ionosonda da, frekans adım aralığı ionosonda operatörü tarafından ayarlanabilmekte olup, tipik olarak $f_{res} = 0,025$ MHz olarak seçilmektedir. Gönderilen işaretlerin hayali yansıma yükseklikleri $h_{res} = 2,5$ km çözünürlük ile kestirilmektedir. Bu ölçümleri kullanarak, ionosonda verisi yükseklik ve frekans bağlı olan $M_{fk} = \{P_{fk}\}$ matrisi ile ifade edilebilir. Burada P_{fk} değişkeni f frekansında k numaralı menzil hücresinde ölçülen gücü göstermektedir. İyonosonda tarafından tespit yapılamayan yükseklik ve frekanslarda $P_{fk} = 0$ olarak kabul edilmiştir.

III. OTOMATİK İYONOGRAM ÖLÇEKLENDİRMESİ

Otomatik ionogram ölçeklendirmesi için (1)'de verilen ilişki göz önünde bulundurularak $N_e(h)$ fonksiyonunun kestirilmesi gerekmektedir. İyonosonda verilerinde görülen yanlış tespitler, yer yüzeyi ile iyon küre arasında oluşan çoklu yansımalar ve tespitlerin birden fazla menzil hücresine sızması sebebiyle pratikte bu problem daha zor bir hal almaktadır. Bunun için ilk olarak ionosonda tarafından yapılan tespitler içerisinde iyon küreden yansıyan doğru yankıların seçilmesi gerekmektedir. Bu amaçla Saklı Markov Modelleri kullanılarak ionosonda verisi yanlış ölçümlerden temizlenmektedir. Seçilen ionogram verileri üzerinden elektron yoğunluğunun geri çatılma işlemi IRI-Plas parametreleri cinsinden doğrusal olmayan bir en iyileme problemi çözülerek yapılmaktadır. SMM tarafından seçilen ölçümlere ve daha önceden hesaplanan $foF2$ parametresine en uyumlu IRI-Plas elektron yoğunluk dağılımını veren IRI-Plas parametresi hesaplanmaktadır. Önerilen yöntemin genel akışı Şekil 1'de gösterilmiştir.

A. İyonogram için SMM Modeli

Saklı Markov Modelleri, uyarlanabilir matematiksel yapılarının oldukça zengin olması sebebiyle konuşma işleme gibi birçok farklı pratik problemlerin çözümünde başarı ile uygulanmış istatistiksel modellerdir [7]. Bir SMM'yi tanımlamak için ilgili durumların, durumlar arası geçiş olasılıklarının, sistem tarafından üretilen bir gözlemin her bir durum tarafından üretilme olasılığının ve ilk durum olasılıklarının tanımlanması gerekmektedir.

Herhangi bir zaman anında $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ durum setinde bulunabilen ve bu durumlarda $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$

Algorithm 1 Viterbi Algoritması

- 1: *Başlangıç Atamaları:*
- 2: $\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1)$, $i = 1, 2, \dots, N$
- 3: $\psi_1(i) = 0$, $i = 1, 2, \dots, N$
- 4: *Yineleme Adımları:*
- 5: $\delta_t(j) = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] b_j(O_t)$
- 6: $\psi_t(j) = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}]$, $2 \leq t \leq T$, $1 \leq j \leq N$
- 7: *Sonlandırma Adımı:*
- 8: $P^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)]$, $q_T^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)]$
- 9: *Geriye Dönük En İyi Durum İzleme:*
- 10: $q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*)$, $t = T-1, T-2, \dots, 1$.

seti içerisinde ölçümler üretebilen bir sistem düşünelim. Sistemin başlangıçta S_i durumunda olma olasılığı π_i ile gösterilsin. t değişkeni sistemin durum değişimlerine uğradığı zaman aralıklarını, q_t ise bu zaman aralıklarında sistemin bulunduğu durumları gösterebilir. Sistemin herhangi bir zaman anında bulunduğu durumun sadece bir önceki duruma bağlı olması varsayımı altında, durum geçiş olasılıkları $a_{ij} = P[q_t = S_i | q_{t-1} = j]$ şeklinde tanımlanabilir. Herhangi bir zamanda sistemden alınan v_k ölçümünün S_j durumunda gözlemlenme olasılığı ise $b_j(k)$ ile gösterilsin. Tanımlanan değişkenler kullanılarak SMM, $\lambda = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \boldsymbol{\pi})$ parametre kümesi ile oluşturulabilir. Burada \mathbf{A} durumlar arası geçiş olasılıkları matrisidir, $\mathbf{A}_{ij} = \{a_{ij}\}$. $\mathbf{B}_{jt} = \{b_j(t)\}$ ölçüm olasılıkları matrisidir, $\boldsymbol{\pi}$ ise sistemin başlangıçtaki durum olasılıklarını belirtmektedir.

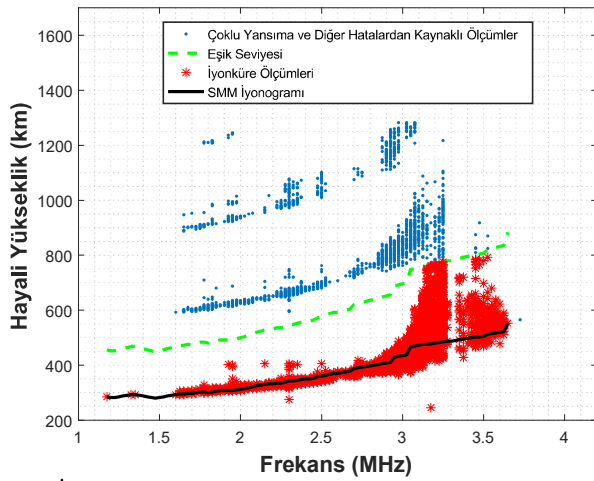
SMM ile farklı sistemlerin farklı problemleri çözülebilmektedir. Bu çalışmada durum değişkenleri ionosonda tarafından ölçülebilen hayali yükseklikler olarak tanımlanacaktır. Ardından verilen bir ölçüm dizisi için, bu ölçümlerini en iyi açıklayan durum dizisi $\mathbf{O} = [q_1, q_2, \dots, q_T]$ bulunacak ve böylece frekansa bağlı olarak doğru yüksekliklerde ionosonda tarafından yapılan tespitler seçilecektir. Bu amaçla en uygunluk kriteri, durum dizisinin verilen bir ölçüm seti için koşullu olasılığıdır:

$$P(\mathbf{O}|\lambda) = \sum_{q_1, q_2, \dots, q_T} \pi_{q_1} b_{q_1}(O_1) a_{q_1 q_2} b_{q_2}(O_2) \dots \times a_{q_{T-1} q_T} b_{q_T}(O_T). \quad (2)$$

En yüksek olasılığı sağlayan durum dizisini bulmak için kullanılabilecek yöntemlerden bir tanesi Viterbi algoritmasıdır [7], [8]. Algoritma-1'de verilen Viterbi algoritması ile normalde $2TN^T$ olan işlem yükü $2TN^2$ 'ye düşmektedir.

İyonogram ölçeklendirilmesi amacıyla $\lambda = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \boldsymbol{\pi})$ parametre kümesinin belirlenmesi gerekmektedir. SMM durumlarını, ionosonda tarafından ölçülebilen hayali yükseklikler değerleri olarak $\mathbf{S}_h = [100, 100 + h_{res}, 100 + 2h_{res}, \dots, 1000]$ tanımlayabiliriz. Böylelikle verilen bir ölçüm seti için (2)'de verilen maliyet fonksiyonunu en büyük yapan durum dizisinin bulunması durumunda, SMM tarafından oluşturulan ionogram $h_{SMM}(f_k) = q_k$ olarak bulunabilir.

İyonosonda verilerinde en sık görülen problemlerden bir tanesi belirli frekans değerlerinde tespit yapılamaması sebebiyle oluşan boşluklardır. Bu boşluklardan kaynaklı hatalı sonuçlar üretmemek amacıyla her yükseklik hücresine ait ayrı bir sahte durum seti \mathbf{S}_d oluşturulmaktadır. Böylece SMM tarafından kullanılan durum seti $\mathbf{S} = \mathbf{S}_h \cup \mathbf{S}_d$ ile ifade edilebilir. Buradaki sahte durumlar ile gerçek durumlar, aralarındaki geçiş olasılıkları ve her durumun ürettiği ölçümler olasılık-



Şekil 2: İyonogram verisi ve SMM tarafından seçilen ölçümler.

ları bakımından farklı olarak tanımlanacaktır. Böylece verilen ölçümleri en iyi açıklayan durum dizisinin bulunması sırasında belirli frekanslarda oluşan boşluklar uygun yüksekliğin sahte durumuna gidilerek aşılabacaktır.

Durum değişkenlerinden sonra, durumlar arasındaki geçiş olasılıklarının tanımlanması gerekmektedir. İyonogram verileri içerisinde iyonküre ile ilgili ölçümlerin hayali yükseklikleri genel olarak frekansın düzgün fonksiyonlarıdır. Bu nedenle SMM birbirine yakın yükseklikler arasında yüksek olasılıklar ile atlayabilmeli fakat bulunduğu durumdan uzak yükseklikleri atlayamamalıdır. Bu nedenle S_h seti içerisinde bulunan i durumundan j durumuna geçiş olasılığı

$$a_{ij} = \begin{cases} \left(e^{-\frac{|i-j|}{40}} + e^{-\frac{|i-j+20|}{40}} + e^{-\frac{|i-j+2|}{5}} \right) / \gamma_i & , \text{if } -10 \leq i-j \leq 80 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada γ_i , $\sum_{i=1}^N a_{ij} = 1$ eşitliğinin sağlanabilmesi için kullanılan normalizasyon sabitidir. S_h seti içerisinde bulunan i durumundan S_d seti içerisinde bulunan k durumuna geçiş olasılığı ise

$$a_{ik} = \begin{cases} (1/\gamma_i) & , \text{if } |i-k| \leq 3 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

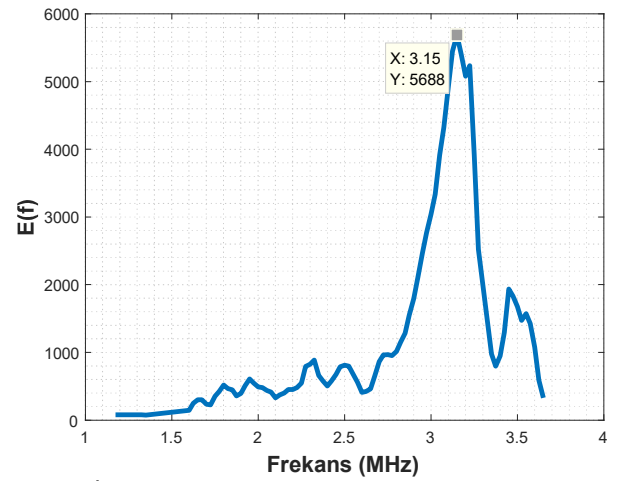
Durumların, iyonosonda ölçümleri ile ilişkilendirilebilmesi için gözlem olasılık matrisinin tanımlanması gerekmektedir. İyonosonda tarafından yapılan tespitlere ait sinyal güçlerine bağlı olarak $B = M/\gamma_p$ şeklinde tanımlanabilir ve SMM'nin dönen işaretlerden güçlü olanları izlemesi sağlanabilir. Burada γ_p sabiti, olasılık değerlerini normalize eden katsayıdır.

Son olarak durumların başlangıç olasılıklarının tanımlanması gerekmektedir. Gerçek veriler üzerinde yapılan analizlerde iyonosonda tarafından tespit yapılan en düşük frekanslarda elde edilen hayali yüksekliklerin [90, 300] km arasında değiştiği gözlenmiştir. Bu nedenle başlangıç durum olasılıkları ise [90, 300] km aralığında eş dağılımlı olarak belirlenmiştir.

Tanımlanan $\lambda = (A, B, \pi)$ seti için SMM tarafından izlenen ölçümleri gösteren bir örnek Şekil 2'de verilmiştir. Burada gösterilen SMM iyonogramı, SMM tarafından ölçümlere en uygun durum dizisini göstermektedir.

B. Elektron Yoğunluk Dağılımının Hesaplanması

İyonogram ölçeklendirmesinin tamamlanabilmesi için HMM tarafından seçilen ölçümler kullanılarak elektron yo-



Şekil 3: $foF2$ parametresinin kestirilmesi için hesaplanan frekansa bağlı toplam güç.

ğunluk dağılımının hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla en iyileme parametrelerine göre doğrusal olmayan maliyet fonksiyonu

$$P1: \min_{hmF2, foF2} \sum_{k \in K} \left| h'(f_k) - h_{IRI}(f_k; hmF2, foF2) \right|, \quad (5)$$

tanımlanmıştır. Burada $h_{IRI}(f_k; hmF2, foF2)$ değişkeni, IRI-Plas modeli tarafından üretilen elektron yoğunluk dağılımı için elde edilen iyonogram verisini, $foF2$ değişkeni, F2 katmanına ait kritik frekans ve $hmF2$ ise F2 katmanına ait kritik frekansın olduğu gerçek yüksekliği göstermektedir. (5)'de verilen en iyileme probleminin $hmF2, foF2$ parametrelerinin aynı anda çözülmesi zor bir problemdir. Bunun yerine F2 katmanı kritik frekansı elde edilen ölçümlerin birçok yükseklik hücresinde gözlenebilmesi sayesinde $foF2$ parametresi kestirilebilir. Fakat ilk olarak SMM tarafından elde edilen $h_{SMM}(f_k)$ iyonogramı kullanılarak çoklu yansımaların elenmesi gerekmektedir. Bunun için öncelikle her f frekansı için, $k \geq \alpha \times h_{SMM}(f)$ eşitsizliğini sağlayan yükseklikler için $P_{fk} = 0$ kabul edilir. Burada α parametresi çoklu yansımalar için konulan eşiği göstermektedir ve bu çalışmada $\alpha = 1.6$ olarak seçilmiştir. Çoklu yansımaların eleme yöntemi Şekil 2'de bir örnek üzerinde gösterilmektedir.

Çoklu yansımaların elenmesinin ardından her frekanstaki ölçülen toplam güç

$$E(f) = \sum_{k=1}^N P_{fk}, \quad (6)$$

ile hesaplanabilir. Ardından frekansa bağlı hesaplanan toplam güç değerleri kullanılarak $foF2$ parametresi

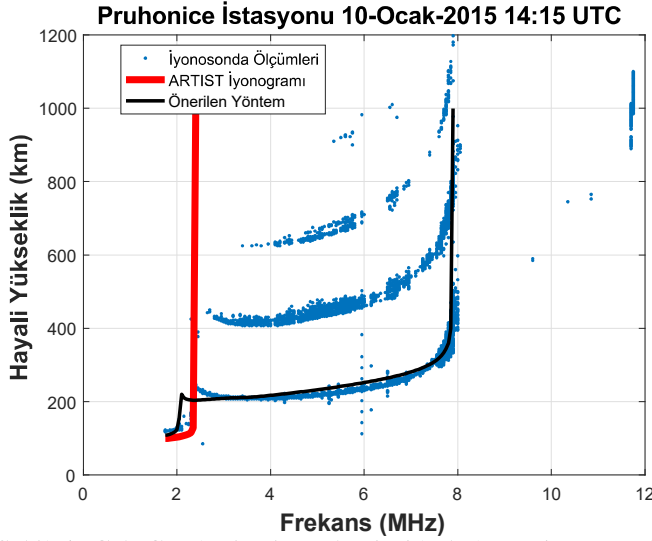
$$foF2 = \arg \max E(f) \quad (7)$$

şeklinde hesaplanabilir. Şekil 2'de verilen örnek veri için frekansa bağlı elde edilen $E(f)$ değeri Şekil 3'de gösterilmiştir.

$foF2$ değerinin kestirilmesi sonrasında (5)'de verilen en iyileme problemi aşağıdaki gibi tekrar tanımlanabilir:

$$P2: \min_{hmF2} \sum_{k \in K} \left| h'(f_k) - h_{IRI}(f_k, foF2; hmF2) \right|, \quad (8)$$

IRI modelinde $hmF2$ parametresi en yüksek elektron yoğunluğunun olduğu gerçek yüksekliği göstermektedir. Bu durumda bu parametrenin değişimi ile elde edilen iyonogram-



Şekil 4: Çek Cumhuriyeti, Pruhonic’de bulunan iyonosonda istasyonunda alınan ölçüm için elde edilen ARTIST ve IONOLAB-IED iyonogramları.

ların değişimi arasındaki ilişki $h_{IRI}(f_k, f_oF2, hmF2 + \delta h) \approx h_{IRI}(f_k, f_oF2, hmF2) + \delta h'$ şeklinde ifade edilebilir. Bir başka deyişle, $hmF2$ parametresinin değişimi sonrasında elde edilen iyonogram yükseklikte değişim ile doğrusal olmayan bir oranda fakat aynı yönde değişmektedir. Böylece (8)’de verilen en iyileme probleminin maliyet fonksiyonu ve en iyileyen çözüm çevresinde iç bükey ve doğrusal olmayan bir yapıya sahip olacaktır. Bu durumda $P2$ problemi [4]’da verilen Altın Kesit Arama yöntemi ile hızlı bir şekilde çözülebilir. Altın kesit algoritmasının detayları [4]’de verilmiştir. En iyileme sırasında IRI-Plas tarafından verilen elektron yoğunluk dağılımı için (1)’de verilen ilişki kullanılarak sayısal olarak hayali yüksekliklerin hesaplanması gerekmektedir. Fakat bu integralin üst limitinde tekindir. Bu nedenle, bu tip integrallerin gürbüz olarak hesaplanabilmesini sağlayan sayısal bir integral hesaplama yöntemi olan Gauss-Kronrod [9], yöntemi kullanılmıştır.

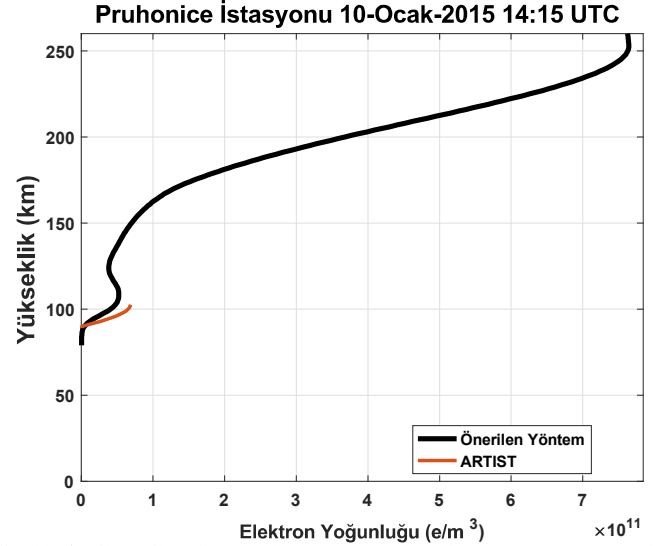
IV. SONUÇLAR

Önerilen yöntem, Çek Cumhuriyeti, Pruhonic’de bulunan iyonosonda verileri üzerinde denenmiş ve sonuçları ARTIST ile karşılaştırılmıştır. Şekil 4’de alınan bir ölçüm için elde edilen iyonogramlar gösterilmektedir. Burada ARTIST yazılımı, iyonkürenin E katmanı geçişi olan 2, 4 MHz civarında katman geçişinde elde edilen ölçümler ve çoklu yansımalar sebebiyle f_oF2 parametresini yanlış kestirmiş ve yanlış bir iyonogram oluşturmuştur. Önerilen yöntem ise başarılı olarak iyonosonda ölçümünü 7, 9 MHz’e kadar takip etmiş ve Şekil 5’de verilen elektron yoğunluk dağılımını başarılı bir şekilde oluşturmuştur.

Genel performansı görmek adına 10 Ocak 2015 ile 20 Ocak 2015 tarihleri arasında aynı istasyondan alınan 1000 ayrı ölçüm için önerilen yöntem denenmiştir. Şekil 4’de verilen örnekte görülen tarzda oluşan hataların sayısı ARTIST ve önerilen yöntem için çıkarılmıştır. Analizler sırasında elde edilen sonuçlar Tablo I’de verilmiştir.

V. DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada iyonogram verilerinin otomatik olarak ölçeklendirilmesini sağlayan yeni bir yöntem önerilmiştir. Önerilen



Şekil 5: Çek Cumhuriyeti, Pruhonic’de bulunan iyonosonda istasyonunda alınan ölçüm için elde edilen elektron yoğunluk dağılımları.

TABLO I: Gerçek verileri üzerinden yapılan analiz sonuçları.

	Doğru Ölçüm Sayısı	Yanlış Ölçüm Sayısı	Yüzde Başarım
ARTIST	947	53	%94,7
Önerilen Yöntem	987	13	%98,7

yöntemin, başarımları olarak standart olarak kullanılan ARTIST yazılımından daha iyi olduğu gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] B. W. Reinisch, R. R. Gamache, J. S. Tang, and D. F. Kitrosser, "Automatic real time ionogram scaler with true height analysis-artist," DTIC Document, Tech. Rep., 1983.
- [2] X. Huang and B. Reinisch, "Vertical electron density profiles from the digisonde network," *Advances in Space Research*, vol. 18, no. 6, pp. 121–129, 1996.
- [3] Z. Mošna and P. Koucká Knížová, "Analysis of wave-like oscillations in parameters of sporadic e layer and neutral atmosphere," *Journal of atmospheric and solar-terrestrial physics*, vol. 90, pp. 172–178, 2012.
- [4] D. P. Bertsekas, *Nonlinear programming*. Athena scientific Belmont, 1999.
- [5] K. G. Budden, "Radio waves in the ionosphere," *Radio Waves in the Ionosphere*, by KG Budden, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2009, 2009.
- [6] B. W. Reinisch, I. A. Galkin, G. Khmyrov, A. Kozlov, K. Bibl, I. Lisysyan, G. Cheney, X. Huang, D. Kitrosser, V. Paznukhov *et al.*, "New digisonde for research and monitoring applications," *Radio Science*, vol. 44, no. 1, 2009.
- [7] L. R. Rabiner, "A tutorial on hidden markov models and selected applications in speech recognition," *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 2, pp. 257–286, 1989.
- [8] G. D. Forney, "The viterbi algorithm," *Proceedings of the IEEE*, vol. 61, no. 3, pp. 268–278, 1973.
- [9] L. F. Shampine, "Vectorized adaptive quadrature in matlab," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 211, no. 2, pp. 131–140, 2008.