Çok Kollu Haydutlar ile Riskten Kaçınan Ambulans Konumlandırması

Risk-averse Ambulance Redeployment via Multi-armed Bandits

Ümitcan ŞAHİN^{1,2}, Veyssel YÜCESOY¹, Aykut KOÇ¹, Cem TEKİN²

¹Akıllı Veri Analitiği Araştırma Program Müdürlüğü, Aselsan Araştırma Merkezi, Ankara 06370, Türkiye

²Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Bilkent Üniversitesi, Ankara 06800, Türkiye

{ucsaahin,vyucesoy,aykutkoc}@aselsan.com.tr, cemtekin@ee.bilkent.edu.tr

Özetçe —Ambulans konumlandırma, ambulansların olası vakalara varış süresini enazlayacak şekilde konumlandırılması problemini içerir ve bir ülkenin acil yardım sistemlerinin gelişmesinde ve acil vakalarda kurtarılan hayat sayısının artmasında önemli rol oynar. Bu çalışmada ambulans konumlandırma problemi, literatürde bulunan eniyileme yöntemlerinin aksine, çok kollu haydut problemlerine benzetilerek çözülmüştür. Çok kollu haydut problemleri gerçek zamanlı öğrenme ve bilinmeyen dağılımlardan en çok kazancı elde etme gibi amaçlarla kullanılmaktadır. Bu çalışmada, çok kollu haydut problemlerinin kazancı ençoklama hedefinin yanında kazancın beklenen varyansını enazlama hedefi de değerlendirilmiştir. Sistemin varış süreleri üzerinden toplamda aldığı riskin ortalama varış süresine ve zamanında varılan vaka sayısına etkisi incelenmiştir. Bu inceleme için tasarlanan veri tabanlı simülasyon ortamında riskten kaçınan bir çok kollu haydut algoritması ile ambulans konumlandırma yapılmıştır. Sonuç olarak daha az risk alan (vakaya ulaşma sürelerinin varyansını enazlayan) algoritmanın daha fazla vakaya zamanında ulaştığı gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler—Çok kollu haydut problemleri, risk enazlama, ambulans konumlandırma.

Abstract—Ambulance redeployment comprises the problem of deploying ambulances to certain locations in order to minimize the arrival times to possible calls and plays a significant role in improving a country's emergency medical services and increasing the number of lives saved during an emergency. In this study, unlike the existing optimization methods in the literature, the problem is cast as a multi-armed bandit problem. Multi-armed bandit problems are a part of sequential online learning methods and utilized in maximizing a gain function (i.e. reward) when the reward distributions are unknown. In this study, in addition to the objective of maximizing rewards, the objective of minimizing the expected variance of rewards is also considered. The effect of risk taken by the system on average arrival times and number of calls responded on time is investigated. Ambulance redeployment is performed by a risk-averse multi-armed bandit algorithm on a data-driven simulator. As a result, it is shown that the algorithm which takes less risk (i.e. that minimizes the variance of response times) responds to more cases on time.

Keywords—Multi-armed bandit problems, risk minimization, ambulance redeployment.

I. GİRİŞ

Acil yardım sistemleri kamu hizmetlerinin ayrılmaz bir parçasıdır ve kritik olaylarda sınırlı sayıda kaynağın dağıtımından sorumludur. Acil yardım sistemlerinde önemli bir yer tutan ambulans konumlandırma, ambulansları

- 1) vakalara varış süresini enazlayacak ve
- 2) olası vaka bölgelerini en iyi şekilde kapsayacak

şekilde yerleştirme problemini içerir. İlk madde vakalara varış süresinin ortalama değerini enazlamak ile ilgilidir. Birçok problem için bu hedef yeterli olsa da, ambulans konumlandırma gibi tek bir vakaya bile zamanında müdahalenin mühim olduğu sistemlerde yeterli gelmemektedir. Bu nedenle ikinci madde yani ambulansların olası vaka bölgelerini en iyi şekilde kapsayacak şekilde konumlandırılması da önemli hedeflerden biridir. Bu hedef başka bir deyişle belirli bir sürenin altında ulaşılabilir vaka sayısını ençoklamaktır.

Her ülkenin kendi sağlık politikası gereği, şehir içinde ve kırsal alanda gerçekleşen vakalara erişim için farklı üst limitleri bulunmaktadır. Bu limitlerin sağlanması iki yöntemle gerçekleştirilir. İlk yöntem hazırda bekleyen ambulans sayısını arttırmaktır. İkinci yöntem ise şehir dinamiklerini gözeterek ambulansları vakalara en kısa sürede varacak şekilde konumlandırmaktır. Maddi açıdan düşünülünce ikinci yöntem daha önem arz etmektedir. Bir şehrin acil yardım sisteminin performansı da belirlenen sürelerin altında ulaşabildiği vaka oranı ile belirlenmektedir.

Ambulans konumlandırma problemine statik, dinamik ve öğrenme tabanlı olmak üzere başlıca üç yaklaşım vardır. Statik yaklaşımda vaka olasılık dağılımları biliniyor ve durağan olarak kabul edildiği için konumlandırma problemi bir kez çözümlenerek ambulanslar, yerleri zamanla değişmeyen noktalara konumlandırılmaktadır. Statik yaklaşıma örnek olarak konum kümesi kapsama modeli (LSCM), en çok konumu kapsama modeli (MCLP), en çok beklenen konumu kapsama modeli (MEXCLP) ve bu modellerin çeşitli varyasyonları gösterilebilir [1]. Statik yöntemleri gerçekçilikten uzaklaştıran nedenlerden başlıcası, vakalara müdahale eden meşgul ambulansların açık bıraktıkları alanlar için bir önlem alınmamasıdır. Bu nedenle ambulansların konumlarını, müsait ambulans sayısı ve gün içinde değişiklik gösteren vaka dağılımlarına göre yeniden

belirleyen dinamik yöntemler önerilmiştir. Bu yöntemlerden başlıcaları için [1], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12] incelenebilir.

Literatürde çok kollu haydut problemleri olarak bilinen ve istatistiksel özellikleri bilinmeyen dağılımlar arasından gerçek zamanlı öğrenme yapılarak en yüksek getirili olanı tahmin etmeye çalışan algoritmalar son zamanlarda oldukça gelişmiş ve popülerleşmiştir. Çok kollu haydut problemlerini literatüre tanıtan çalışmalar arasında [14] ve [15] başta gelmektedir. Bu problemin bir genelleştirilmesini anlatan ve çözümleri üzerinde pişmanlık analizi yapan çalışma da [16] bu problemin ilgi çekmesinde önemli rol oynamıştır. Bu gelişmelerin ardından çok kollu haydut problemleri başka alanlarda da uygulanmaya çalışılmıştır. Bu uygulamalardan başlıcaları için [17], [18] ve [19] çalışmaları örnek olarak gösterilebilir.

Bu uygulama alanları dışında, ambulans konumlandırma problemini çok kollu haydut problemi gibi modelleyen ve sürekli öğrenme ile en iyi konumları arayan bir çalışma [20] yakın zamanda literatüre eklenmiştir. Bu çalışma içerisinde klasik yaklaşımdan farklı olarak trafiğin durumu rastsal bir bağlam olarak modellenmiş ve çok kollu haydut problemi çözümünün bu bağlamı zaman geçtikçe daha iyi öğrenerek daha başarılı ambulans konumları bulabildiği gösterilmiştir.

Bu çalışmada, ambulans konumlandırma problemi, çok kollu haydut problemi olarak modellenmiştir. Sadece ortalama vakaya varış süresi değil bu sürelerin beklenen varyansının da enazlanması hedeflenmiştir. Acil yardım sistemlerinde ortalama vakaya varış süresini enazlamak aslında genel dağılıma uymayan vaka konumları için varış süresini bilinemez şekilde arttırmaya sebep olabilmektedir. Geç varmanın bir can kaybetmek anlamına gelebileceği bu tip sistemlerde, sadece ortalama başarıya bakmak eksik bir değerlendirme olabilmektedir. Örneğin, ortalama olarak belirli bir sürenin altında her vakaya ulaşabilen bir konumlandırmanın bazı bölgelere çok geç gidebilecek olması, konusu insan canı olan bir sistem için kabul edilebilir değildir.

Makalenin katkıları şu şekilde özetlenebilir: 1) Statik ve dinamik yaklaşımdan farklı olarak çok kollu haydut algoritması ile öğrenme tabanlı yeni bir ambulans konumlandırma yöntemi, 2) vakalara giderken alınan riskin de konumlandırma üzerinde etkisinin incelenmesi ve 3) konumlandırma problemi için kullanılan veri tabanlı yeni bir simülasyon tasarımı (bkz. Algoritma 1).

Makalenin planlanması şu şekilde gerçekleşmiştir: II. Bölümde ambulans konumlandırma probleminin çok kollu haydut problemi olarak modellenmesi anlatılmıştır. Aynı zamanda problem içinde yer alan risk tanımı yapılmış ve riskin çok kollu haydut problemine nasıl dahil edildiği açıklanmıştır. III. Bölümde modellenen problemi çözen algoritma anlatılmıştır. IV. Bölüm modellenen problemin anlatılan algoritma ile farklı parametreler kullanılarak çözülmesi sonucu elde edilen verileri göstermektedir. V. Bölümde sonuçlar değerlendirilmiştir.

II. PROBLEM TANIMI

Bu çalışmada, basitleştirilmiş bir şehir haritası üzerinde ambulans konumlandırma problemi incelenmiştir. Basitleştirilmiş harita şablonu Şekil 1'de gösterilmiştir. Buna göre, haritada numaralandırılmış 100 farklı düğüm bulunmaktadır

ve her bir düğüm coğrafi olarak küçük bir bölgeyi temsil etmektedir. Bu düğümlerin her birinden komşu düğümlere yol olduğu kabul edilmiştir. Düz yollar 3 km, çapraz olan yollarsa şekilde gösterilen geometriye uygun olarak yaklaşık 4.2 km olarak hesaplanmıştır.

Şekil 1: (a) Basitleştirilmiş harita: (b,c,d,e,f) farklı vaka dağılımlarını sembolize eden 5 farklı senaryo

Buna göre, her turun başında elimizde müsait durumda bulunan ambulansların tümü karar veren algoritmanın belirlediği düğümlere yerleştirilmiştir. Benzetimler farklı ambulans sayıları ile yapıldığı için her sonucun açıklamasında kullanılan ambulans sayısı belirtilmiştir. Bunun yanı sıra, önceki turlarda vakaya müdahale etmiş bir ambulansın müsait olmama durumunu modelleyebilmek adına her tur başında o tur için müsait olan ambulansların sayısı maksimum değeri toplam ambulans sayısı, minimum değeri de 1 olacak şekilde rastsal bir dağılım ile belirlenmiştir. Her turda o senaryoya uygun şekilde bir vaka oluşturulmuştur ve tur öncesinde dağılımı yapılmış olan ambulanslardan vakaya müdahale etmesi beklenmiştir. Vakaya en erken ulaşabilecek olan ambulansın varış süresi o vakaya müdahale süresi olarak kayda geçmiştir.

Çalışma içerisinde 5 farklı ekstrem senaryo kullanılmıştır. Bu senaryolar görsel olarak Şekil 1'de verilmiştir. Bu senaryoların her birinde, her turda oluşturulan tek bir vaka, şekilde mavi renkle gösterilen düğümlerden birinde eşit olasılıkla oluşturulmuştur. Bu senaryolardaki amaç, ekstrem olarak bir şehir içerisindeki bölgeler arasında vaka oluşma istatistiği farkı yaratmaktır. Bu ekstrem senaryoların analizi ile sadece ortalama müdahale süresini enazlamayı hedefleyen bir algoritma ile riski de hesaba katan bir algoritmanın karşılaştırılması daha anlamlı olacaktır. Çalışma içerisinde verilen tüm sayısal sonuçlarda bu 5 senaryonun 2000 tur koşuturulması sonucu ortaya çıkan ortalama değerler kullanılmıştır.

Problemin sözde kod ile gösterimi Algoritma 1'de incelenebilir. Algoritma içerisinde geçen $U(n)$ fonksiyonu, 1 ile n arasında tekdüze dağılımla rastsal olarak tamsayı üreten bir fonksiyondur. Tüm benzetimlerde ambulansların ortalama hızları $V_{ort} = 120$ km/saat olarak kabul edilmiştir. Yine algoritma içerisinde geçen $f(x, y)$ fonksiyonu da verilen iki nokta x ve y arasındaki en kısa yolu bulan Dijkstra algoritmasıdır.

III. ÇÖZÜM ALGORİTMASI

Ambulans konumlandırma yapmak için tasarlanan veri tabanlı simülasyon Algoritma 1'de verilmiştir. Simülasyon içe-

Algoritma 1 Veri tabanlı konumlandırma simülatörü

```
1: Toplam düğüm sayısı,  $K = 100$ 
2: for Toplam ambulans sayısını belirle,
    $n_{amb} = \{6, 8, 10, 12, 14\}$  do
3:   for Risk faktörü,  $\rho = \{0.1, 0.2, \dots, 1\}$  do
4:     Geç kalınan vaka sayısı,  $k(n_{amb}, \rho) = 0$ 
5:     for Tekrar sayısı,  $q = \{1, 2, \dots, 10\}$  do
6:       for Senaryo seç,  $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$  do
7:         Her konuma yerleştirilen ambulans sayısı,
            $i \in \{1, 2, \dots, K\}$  için  $N_i = 0$ 
8:         Her konum için başarı dağılımı,
            $i \in \{1, 2, \dots, K\}$  için  $r_i = 0$ 
9:         for Tur sayısı,  $t = 1, 2, \dots, 2000$  do
10:          Müsait ambulans sayısı,  $\hat{n}_{amb} = U(n_{amb})$ 
11:          Algoritma 2'ye göre  $\hat{n}_{amb}$  tane ambulansın
              düğümlere yerleştirilmesi sonucu tur içi am-
              bulans konumlarının belirlenmesi,
               $I_t(i)$ ,  $i \in \{1, \dots, \hat{n}_{amb}\}$ .
12:          Senaryo  $S$ 'e göre vaka oluşturulması,
              vaka konumu  $I_v$ .
13:          Dağılımın güncellenmesi,
               $r_i \leftarrow f(I_v, I_t(i))/V_{ort}$ 
14:          Minimum vaka müdahale süresi,
               $T(t, S, n_{amb}, \rho) = \min f(I_v, I_t(i))/V_{ort}$ .
15:          if  $T(t, S, n_{amb}, \rho) > 10$  then
16:             $k(n_{amb}, \rho) = k(n_{amb}, \rho) + 1$ 
17:          end if
18:        end for
19:      end for
20:    end for
21:     $k(n_{amb}, \rho) = k(n_{amb}, \rho)/(|q| \times |S|)$ 
22:  end for
23: end for
```

risinde tanımlanan ve ambulans konumlandırma probleminin çözümünde kullanılan karar algoritması (11. adım), Algoritma 2'de verilen riskten kaçınan çok kollu haydut algoritmasıdır. Bu algoritma için [21] ve [22] çalışmalarından yararlanılmıştır. Bu çalışmalardan farklı olarak her turda, birden fazla kol seçimi (ambulans konumlandırma) yapmaya olanak sağlayacak şekilde algoritma uyarlanmıştır. Yeni algoritma, 5. satırdaki risk katsayısı ρ ile sadece ortalama olarak vakaya varış süresini enazlamayı ($\rho \rightarrow \infty$) hedeflemek ile varış zamanlarının varyansını enazlamayı hedeflemek ($\rho = 0$) arasında geçiş yapabilmektedir. Ayrıca, performansı arttırmak için 6. satırdaki belirsizlik terimi ölçekleme katsayısı $\rho/10$ ile çarpılmıştır. Vakaya varış zamanlarının varyansı aslında vakalara zamanında varmanın riskini göstermektedir. Sadece ortalama süreyi dikkate almak, bazı vakalara çok geç varılmasına dolayısı ile daha fazla vakaya belirlenen bir sürenin altında ulaşılamamasına sebep olacaktır.

IV. TESTLER

Testler, Şekil 1 içerisinde gösterilen 100 düğümlü bir haritada 5 farklı vaka oluşum senaryosunda gerçekleştirilmiştir. Bunların yanı sıra, toplam ambulans sayısı için 6'dan 14'e kadar farklı sayılar denenmiştir. Şekil 2 ve 3, iki farklı toplam ambulans sayısına göre oluşturulmuş olan testlerin sonuçlarını göstermektedir. Şekillerde yatay eksen değişen risk katsayısını göstermektedir. Buna göre, risk katsayısı arttıkça algoritma daha fazla risk almaktadır, yani ortalama vakaya müdahale süresini enazlamaya daha fazla önem vermektedir. Öte yandan

Algoritma 2 Riskten kaçınan çok kollu haydut algoritması

```
1: Girdiler:  $\hat{n}_{amb}, K, t, \rho, N_i, r_i([0, 1]$  arasına ölçeklenmiş)
2: for  $i = \{1, 2, \dots, K\}$  do
3:    $\hat{\mu}_{i,t} = E(r_i)$  (örneklem ortalaması)
4:    $\hat{\sigma}_{i,t}^2 = Var(r_i)$  (örneklem ortalaması)
5:    $\hat{M}V_{i,t} = \hat{\sigma}_{i,t}^2 + \rho \hat{\mu}_{i,t}$ 
6:    $LCB_{i,t} = \hat{M}V_{i,t} - (\rho/10)\sqrt{(2 \log t)/N_i}$ 
7: end for
8: En küçük  $LCB$  değerine sahip ilk
    $\hat{n}_{amb}$  tane konumu seç  $\rightarrow I_t$ 
9:  $N_{I_t} = N_{I_t} + 1$ 
```

risk katsayısı azaldıkça, algoritma daha az risk almak adına sadece ortalama varış süresini değil, varış süresi dağılımının varyansını da enazlamaya çalışmaktadır.

Bu bilgiler göz önüne alınarak şekillere bakıldığında zaman, risk katsayısını azaltmanın ortalama varış süresini arttırdığı gözlenebilir. İlk bakışta bu bir dezavantaj gibi görünse de şekillerin sağ tarafında yer alan ikinci dikey eksenle gösterilen geç kalınan vaka sayısı da değerlendirmeye katıldığı zaman risk katsayısı düşük olan algoritmaların daha az sayıda vakaya geç kaldığı anlaşılmaktadır. Geç kalınan vaka sayısı, 10 dakikanın altında ulaşılamayan vakalar olarak tanımlanmıştır. Buradan hareketle, risk katsayısı düşük çözümlerin ortalama vakalara daha geç varabilmek pahasına çok daha fazla vakaya zamanında varabileceği gösterilmiştir. Her bir vakaya zamanında müdahalenin mühim olduğu acil yardım sistemlerinde, geç kalınan vaka sayısında yaklaşık %10-15'lere varan azalma sağlayabilecek risk gözetken akıllı algoritmaların işlevselliği için önemli bir bulgu elde edilmiştir.

Tablo I içerisinde farklı ambulans sayıları ve risk katsayıları için gerçekleştirilmiş olan test sonuçları verilmiştir. Tüm sonuçlar zamanında varılamayan vaka sayısının toplam vaka sayısı içerisindeki yüzdesini yansıtmaktadır. Dünya genelinde acil yardım sistemlerinin performansı ölçülürken en sık kullanılan iki süre olan 10 ve 15 dakika için gerçekleştirilmiş olan testler sonucunda riskten kaçınarak daha az risk alan algoritmanın riskten kaçınmayan algoritmaya göre daha fazla vakaya zamanında ulaştığı gösterilmiştir. Aynı zamanda, risk katsayısını arttırmanın (daha fazla risk almanın) zamanında ulaşılan vaka sayısı oranında düşüşe sebep olduğu gösterilmiştir.

V. SONUÇLAR

Bu çalışmada, literatürdeki statik veya dinamik çözüm yöntemlerinden farklı olarak çok kollu haydut problemleri ile öğrenme tabanlı riskten kaçınan ambulans konumlandırması yapılmıştır. Çok kollu haydut problemleri, bilinmeyen dağılımlar içerisinde örneklem gözleyerek en avantajlı dağılımı bulmayı hedefleyen çözüm yöntemlerini içermektedir. Ambulans konumlandırma problemi içerisinde dağılımı tam bilinmeyen ve zaman içerisinde değişiklik gösterebilen vaka konumları bilgisi bulunmamaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada riskten kaçınan bir çok kollu haydut algoritması ile ambulans konumlandırma problemi çözülmüştür. Farklı ambulans sayıları ve farklı risk katsayıları için veri tabanlı bir simülatör ortamında ambulans konumlandırma simülasyonları yapılmıştır.

Çıkan sonuçlara göre, ambulans konumlandırılırken daha az risk almanın ortalama olarak vakalara varış süresini uzata-

TABLO I: FARKLI AMBULANS SAYILARI VE RISK KATSAYILARI İÇİN YAPILAN TESTLERİN SONUÇLARI. SONUÇLAR YÜZDE OLARAK VERİLMİŞTİR VE 2000 VAKA ARASINDAN GEÇ KALINAN VAKALARIN YÜZDELERİNİ GÖSTERMEKTEDİR.

$\hat{n}_{amb} \rightarrow$	6		8		10		12		14	
Geç Kalma Sınırı(dk) $\rightarrow$	10		15		10		15		10	
Risk Katsayısı $\rho \downarrow$	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
0.10	7.58	2.71	5.91	2.62	4.63	2.59	3.96	2.56	3.61	2.53
0.20	10.79	2.95	9.00	2.84	7.77	2.77	6.55	2.71	5.42	2.66
0.30	13.96	3.25	12.00	3.08	10.82	2.94	9.78	2.87	8.91	2.82
0.40	15.82	3.59	13.95	3.33	12.41	3.09	11.30	3.07	10.54	2.96
0.50	16.63	3.72	14.52	3.32	12.94	3.13	11.39	3.02	10.65	2.89
0.60	18.22	4.11	15.29	3.65	13.87	3.56	12.18	3.22	10.91	3.07
0.70	19.74	5.41	17.05	5.20	15.21	4.78	13.85	4.47	12.56	4.30
0.80	19.62	6.04	16.69	5.29	15.23	4.94	14.16	4.69	12.68	4.50
0.90	20.40	6.68	17.05	5.87	15.63	5.49	14.19	4.84	12.93	4.80
1.00	20.06	6.92	17.11	5.89	15.56	5.64	14.57	5.17	13.10	5.02

Şekil 2: Toplam 6 ambulans için risk katsayısının ortalama varış süresine (mavi) ve geç kalınan vaka sayısına (kırmızı) etkisi

Şekil 3: Toplam 14 ambulans için risk katsayısının ortalama varış süresine (mavi) ve geç kalınan vaka sayısına (kırmızı) etkisi

bileceği ancak toplamda zamanında varılan vaka sayısını da arttıracak için aslında anlamlı ve gerekli olduğu sonucuna varılmıştır. Çalışma içerisinde verilen sonuçlara göre, risk katsayısının azalması ile zamanında varılan vaka sayısının arttığı gösterilmiştir. Dünya genelinde kabul görmüş iki farklı standart süreye göre de (10 ve 15 dakika) daha az risk alan algoritmanın, vakalara zamanında müdahale açısından daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] L. Brotcome, G. Laporte, and F. Semet, "Ambulance location and relocation models," *EU J. Op. Res.*, pp. 451-63, 2003.
- [2] M.S. Daskin, "A maximum expected location model: Formulation, properties and heuristic solution," *Trans. Sci.*, pp. 48-70, 1983.
- [3] M. Gendreau, G. Laporte, and F. Semet, "A dynamic model and parallel Tabu search heuristic for real-time ambulance relocation," *Parallel Comput.*, pp. 1641-53., 2001.
- [4] R. Nair and E. Miller-Hooks, "Fleet management for vehicle sharing operations," *Trans. Sci.*, pp. 524-40, 2011.

- [5] M.S. Maxwell, S.G. Henderson, and H. Topaloglu, "Ambulance redeployment: An approximate dynamic programming approach," *Winter Sim. Conf.*, pp. 1850-60, 2009.
- [6] S.G. Henderson, "Operations research tools for addressing current challenges in emergency medical services," *Wiley Enc. Op. Res. and Mgmt. Sci.*, 2011.
- [7] Y. Yue, L. Marla, and R. Krishnan, "An efficient simulation-based approach to ambulance fleet allocation and dynamic redeployment," *AAAI*, pp. 398-405, 2012.
- [8] A. Ingolfsson, S. Budge, and E. Erkut, "Optimal ambulance location with random delays and travel times," *Health Care Mgmt. Sci.*, pp. 262-74, 2008.
- [9] P. L. van den Berg and K. Aardal, "Time-dependent MEXCLP with start-up and relocation cost," *EU J. Op. Res.*, vol. 242, pp. 383-89, 2015.
- [10] V. Schmid, "Solving the dynamic ambulance relocation and dispatching problem using approximate dynamic programming," *EU J. Op. Res.*, vol. 219, pp. 611-21, 2012.
- [11] D. Degel, L. Wiesche, S. Rachuba, and B. Werners, "Time-dependent ambulance allocation considering data-driven empirically required coverage," *Health Care Mgmt. Sci.*, pp. 444-58, 2015.
- [12] V. Bélanger, Y. Kergosien, A. Ruiz, and P. Soriano, "An empirical comparison of relocation strategies in real-time ambulance fleet management," *Computers Industrial Eng.*, pp. 216-29, 2016.
- [13] C. J. Jagtenberg, S. Bhulai, R.D. van der Mei, "An efficient heuristic for real-time ambulance redeployment," *Op. Res. Health Care*, vol. 4, pp. 27-35, 2015.
- [14] W.R. Thompson, "On the likelihood that one unknown probability exceeds another in view of the evidence of two samples," *Biometrika*, vol. 25, no. 3/4, pp. 285-94, 1933.
- [15] T.L. Lai and H. Robbins, "Asymptotically efficient adaptive allocation rules," *Adv. Appl. Math.*, vol. 6, no. 1, pp. 4-22, 1985.
- [16] S. Bubeck and N. Cesa-Bianchi, "Regret analysis of stochastic and non-stochastic multi-armed bandit problems," *Found. Trends Mach. Learn.*, vol. 5, no. 1, pp. 1-122, 2012.
- [17] C. Tekin, S. Zhang, and M. van der Schaar, "Distributed online learning in social recommender systems," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 8, no. 4, pp. 638-652, 2014.
- [18] C. Tekin, O. Atan, and M. van der Schaar, "Discover the expert: Contextadaptive expert selection for medical diagnosis," *IEEE Trans. Emerging Topics Comput.*, vol. 3, no. 2, pp. 220-234, 2015.
- [19] L. Song, C. Tekin, and M. van der Schaar, "Online learning in largescale contextual recommender systems," *IEEE Trans. Services Comput.*, vol. 9, no. 3, pp. 433-445, 2016.
- [20] Ü. Şahin, V. Yücesoy, A. Koç, and C. Tekin, "Learning traffic congestion by contextual bandit problems for optimum localization," *25th Signal Proc. Com. App. Conf. (SIU)*, 2017, pp. 1-4.
- [21] A. Sani, A. Lazaric, and R. Munos, "Risk-aversion in multi-armed bandits," *Adv. Neural Inf. Process. Sys.*, pp. 3275-83, 2012.
- [22] S. Vakili and Q. Zhao, "Risk-averse multi-armed bandit problems under mean-variance measure," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, pp. 1093-1111, 2016.