İletişim Verimli Dağıtık Kestirim

Communication Efficient Distributed Estimation

İhsan Utlu, Süleyman S. Kozat
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi
{utlu,kozat}@ee.bilkent.edu.tr

Özetçe —Bu bildiride, iletişim kaynaklarında azaltılmış yük sağlayan uyarlanabilir ağlar üzerinde dağıtık kestirim problemi incelenmektedir. Gelişkin metodların performansını yakalayan ve üç büyüklük mertebesine kadar iletişim kaynaklarında yük düşümü yaratan yayılım stratejileri sunulmuştur. Bu amaçla, ağdaki boğumlar arasındaki bilgi aktarımı, yayılımı yapılan parametrenin seviye kesimlerine şartlandırılmıştır. Önerilen algoritmanın ortalama kararlılık analizi gerçekleştirilmiş, teorik sonuçlar sayısal deneylerle doğrulanmıştır.

Anahtar Kelimeler—dağıtık kestirim, olay-tetikli iletişim, seviye kesimi nicemlemesi.

Abstract—In this paper, we consider the problem of distributed estimation over adaptive networks with reduced load on communication resources. Novel diffusion strategies are presented that achieve up to three orders-of-magnitude reduction in the communication load on the network, while matching the state-of-the-art in performance. Specifically, the information transfer between the nodes of the network is conditioned on the level-crossings of the diffused parameter. We perform the mean stability analysis of the proposed algorithm, and provide numerical examples to verify the theoretical results.

Keywords—distributed estimation, event-triggered communication, level-crossing quantization.

I. GİRİŞ

İşlem birimlerinin hesaplama yetenekleri ve üretilen veri miktarının artışıyla beraber, dağıtık ağlar ve dağıtılmış sinyal işleme algoritmaları artan bir ilgi alanı olmayı sürdürmüştür. Gürbüzlük ve ölçeklenebilirlik gibi yapısal özellikler yoluyla, dağıtık mimariler, özdevimli öğrenmeden, ardışık algılama, duyucu ağları, ve dağıtık kaynak adamasına uzanan geniş bir yelpazedeki uygulamalar için, geliştirilmiş verimlilik ve başarımlar sağlar [1]. Ancak, bu gibi uygulamaların başarılı gerçekleşimi, azımsanmayacak miktarda iletişim kaynaklarının ayrılmasına bağlıdır. Örneğin, akıllı şebeke sistemlerinde, şebekenin iletişim altyapısı ölçüm birimlerince üretilen yüksek frekanslı trafiğin ciddi ölçüde etkisinde kalır [2]. Dolayısıyla, büyük veri uygulamaları için verimli işleyişi ön plana çıkaran ve iletişim kaynaklarında düşük yük oluşturan dağıtık sinyal işleme stratejileri gereklidir. Bu amaçla, bu bildiride, iletişim kaynaklarındaki yükte önemli derecede düşüş sağlayan ve başarımdan taviz vermeyen dağıtık mimariler oluşturuluyor. Özellikle, dağıtık ağlar üzerinde, iletişim gereksinimi önemli derecede düşük, yeni olay-tetikli iletişim mimarileri tanıtır-
oruz.

Dağıtık sinyal işleme çerçevesinde, bir ağdaki ölçüm-yetenekli bir grup boğum, bilinmeyen bir olguyu kestirmek için birbirleriyle iş birliği yaparlar [3]. Değişik yaklaşımlar arasında, bir merkezi işlem birimi kullanmak yerine, bilgi paylaşımını komşu yumrulara sınırlandırarak ağın uzamsal çeşitlenmesinden yararlanan yayılım tabanlı protokolleri göz önüne alıyoruz [1], [3]. Yayılım protokolleri, bağlantı bozuklukları gibi ağ ilingesi değişimlerine ve bilinmeyen olgunun istatistiksel özelliklerindeki değişimlere dayanıklı olan, yapısı gereği ölçeklenebilir bir veri işleme çerçevesi sunarlar [3]. Ancak, tüm boğumların güncel kestirimlerini her ayrıklı zamanda komşularıyla paylaşması gereksinimi, iletişim kaynakları üzerinde ağır bir yük oluşturur.

Bu bildiride, üç büyüklük mertebesine kadar ağ iletişimi kaynaklarında yük düşümü yaratan yeni olay-tetikli dağıtık kestirim algoritmaları öneriyoruz. Bunu, olayların zaman üzerinde eşit olmayan dağılımından faydalanıp, gerçek hayat uygulamalarında iletişim yükünü etkili bir şekilde düşürerek gerçekleştiriyoruz. Özellikle, sabit bir yayılım sıklığı kullanmak yerine [1], [3], komşu yumrular arasındaki bir bilgi alışverişini yayılımı yapılan parametrenin seviye kesimleri üzerine şartlandırıyoruz [4]. Buna ek olarak, yavaş değişim gösteren bir parametre için, sadece seviye kesiminin yönünü tek bir bit kullanarak paylaşmanın yeterli olduğunu gösteriyoruz.

Düşük iletişimli yayılımı sinyal işleme literatüründe kapsamlı olarak çalışılmıştır [5]–[8]. Önerilmiş olan yaklaşımlardan birisi, komşu boğumlar arasındaki etkin bağlantıları olasılıksal bir çerçevede sınırlandırmak üzerinedir [5], [6]. Yerel kestirimlerin rasgele izdüşümlerinin alınıp bilgi aktarımının tek bir bite düşürülmesi [7], ya da parametre vektörünün sadece belli bileşenlerinin aktarılması [8], varolan diğer yaklaşımlar arasındadır.

Biz bu bildiride, literatürdeki diğer yaklaşımlardan farklı olarak (i) parametrenin nicemlenmemiş yayılımını şart koşmayan, (ii) her ayrıklı zamanda aktarılmasına gerek duymayan bir algoritma önererek iletişim yükünü tek bir bit ya da birkaç bite düşürüyoruz. Ayrıca önerilen algoritmanın ortalama kararlılık analizini gerçekleştiriyoruz. Sayısal örneklerle, algoritmamızın ağ üzerindeki iletişim yükünde üç büyüklük mertebesine kadar düşüş sağladığını gösteriyoruz.

Bildiri şu şekilde organize edilmiştir: Bölüm 2’de dağıtık kestirim problem çerçevesi tanıtılmış ve seviye-tetikli dağıtık kestirim algoritması formüle edilmiştir. Bölüm 3’te önerilen algoritmanın kademeli açıklaması aktarılmıştır. Bölüm 4’te önerilen uyarlanabilir süzgecin ortalama kararlılık analizi gerçekleştirilmiş ve kararlılık için gerekli koşullar belirtilmiştir. Bölüm 5’te algoritmanın deneysel doğrulanması gerçekleştirilmiştir. Son olarak Bölüm 6’da bildiri sonuçlandırılmıştır.

Bu çalışma kısmi olarak TUBITAK tarafından desteklenmiştir, Kontrat numarası: 113E517.

II. SEVİYE TETİKLİ ÖRNEKLEME İLE DAĞITIK KESTİRİM

Boğumların uzamsal olarak dağıtıldığı N boğumlu bir ağı ele alıyoruz. Ele aldığımız dağıtık problemde bir i boğumu, ayrı t zamanında

$$d_{i,t} = \mathbf{u}_{i,t}^T \mathbf{w}_o + v_{i,t}, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

doğrusal modeli yoluyla $d_{i,t} \in \mathbb{R}$ büyüklüğünü gözlemliyor. Burada $\mathbf{w}_o \in \mathbb{R}^M$ bilinmeyen olguyu, $\mathbf{u}_{i,t} \in \mathbb{R}^M$ bağlantım vektörünü, $v_{i,t}$ gürültüyü temsil etmektedir.¹ Bağlantım vektörü ve gürültünün zamansal ve uzamsal olarak bağımsız, ve iki sürecin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmıştır. Süreçler istatistiksel olarak $\mathbf{\Lambda}_i \triangleq E[\mathbf{u}_{i,t} \mathbf{u}_{i,t}^T] = \sigma_{u,i}^2 \mathbf{I}_M$, $E[v_{i,t}^2] = \sigma_{v,i}^2$ şeklinde nicelenmişlerdir.

Bu bildiride örnek olarak Uyarla-Ve-Birleştir (ATC) yayılım stratejisi [1] ele alınmıştır: Öncelikle bir i boğumunda, en küçük ortalama kareler (LMS) algoritması ile $\mathbf{w}_o$ kestirilir, şöyle ki:

$$\phi_{i,t+1} = (\mathbf{I}_M - \mu_i \mathbf{u}_{i,t} \mathbf{u}_{i,t}^T) \mathbf{w}_{i,t} + \mu_i \mathbf{u}_{i,t} d_{i,t}.$$

Burada $\mathbf{w}_{i,t}$ güncel kestirimi, $\phi_{i,t+1}$ ise gözlemden sonra güncellenmiş kestirimi temsil etmektedir. $\mu_i > 0$ adım büyüklüğüdür. Bir i boğumunda, kestirimin son hali

$$\mathbf{w}_{i,t+1} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} p_{i,j} \phi_{j,t+1}, \quad (2)$$

ile hesaplanır. $\mathbf{P} = [p_{i,j}]$ birleştirme ağırlıklarından oluşan $\sum_{j=1}^N p_{i,j} = 1$ ve $p_{i,j} \geq 0$ özelliklerini taşıyan ağ matrisini, $\mathcal{N}_i$ ise i boğumunun komşuluğunu temsil eder.

ATC yayılım algoritması (2) ağıdaki tüm boğumların güncel kestirimlerini komşu boğumlara (i) bütünlükleriyle ve (ii) sabit bir sıklıkta iletilmesini gerektirir [1]. Biz, sabit bir yayılım sıklığına dayanmak yerine bilgi yayılımını *bir olayın tetiklemesine* şartlandırarak iletişim verimliliğini artıran yeni bir algoritma öneriyoruz. Önerdiğimiz algoritma, sadece yayılımı yapılan parametredeki “önemli” değişikliklerin komşu boğumlara aktarılmasını sağladığı için iletişim kaynaklarındaki yükü önemli ölçüde azaltmaktadır.

Önerilen yapıya açıklık kazandırmak için, skalar bir $\xi_{i,t}$ parametresinin herhangi bir i boğumundan j boğumuna yayılımını ele alalım. Örneğin, bu bilgi kestirimlerin bir bileşeni [8], ya da ek bir kestirim katmanı ile ilişkili bir hata terimi [7] olabilir. Dağıtık kestirim çerçevesinde, iletişim kısıtlamalarından ötürü, parametrenin nicelenmiş bir hali, $\xi_{i,t}^q$, paylaşılır. Önerilen algoritma ile, $\xi_{i,t}$ ve $\xi_{i,t}^q$ ’nin birbirine yaklaşık olarak eşit olmasını garantileyen ve aynı zamanda iletişim kaynaklarındaki yükü küçük tutan bir nicemeleme stratejisine ulaşmayı hedeflemekteyiz.

Bu problemi çözmek için, olay-tetiği yaklaşımı olarak *seviye-kesimi nicemlemesi*ni kullandığımız olay-tetikli bir iletişim algoritması sunuyoruz [4]. Bu nicemlemeye açıklık kazandırmak için, Şekil 1’deki gibi bir ayrı zaman sinyali $\xi_{i,t}$ ’yi ele alalım. Geleneksel nicemlemede, her ayrı zamanda bu parametre örneklenir ve nicemlenir. Öte yandan, seviye-kesimi (LC) nicemlemesinde, Şekil 1’de görüldüğü

Şekil 1: LC Nicemleyicisinin işleyişinin gösterimi.

gibi bir seviye kümesi $S \triangleq \{l_1, \dots, l_K\}$ göze alınır. Her ayrı t zamanında, i boğumu $\xi_{i,t}$ üzerinde bir seviye kesimi olup olmadığını kontrol eder. $l_{i,t}$ seviyesi üzerinde bir kesim olduğunda, şöyle ki

$$(\xi_{i,t-1} - l_{i,t})(\xi_{i,t} - l_{i,t}) < 0 \text{ for some } l_{i,t} \in S,$$

i boğumu komşu boğumlara bilgi aktarır. Örneğin bu bilgi, seviye kesim yönü olabilir [4].

Eğer i boğumu tarafından bir bilgi aktarımı gerçekleşmişse, komşu bir j boğumu, yayılımı yapılan parametreyi kesilen seviye olarak nicemler, şöyle ki

$$\xi_{i,t}^q = l_{i,t}. \quad (3)$$

Öte yandan, i boğumunun suskun olması halinde, j boğumu parametrede önemli bir değişiklik olmadığı sonucunu çıkarır ve bir önceki ayrı zamanındaki nicemeleme değerini kullanır:

$$\xi_{i,t}^q = \xi_{i,t-1}^q. \quad (4)$$

i boğumunun komşularına bilgi aktarması durumunda iki olası duruma dikkat çekmek isteriz: $\xi_{i,t}$ parametresinin, birden fazla seviyenin tek seferde kesilmesine imkan vermeyecek kadar yavaş bir şekilde değiştiği bir durumda i boğumu sadece seviye kesim yönünü (yukarı/aşağı) komşularına aktarır, ki bunun için 1 bit yeterlidir. Aksi durumda i boğumu, yeni seviye değeri $\xi_{i,t}^q$ ’yi bir bayrak biti de ekleyerek toplam $\lceil \log_2(K) \rceil + 1$ bit ile kodlayıp komşularına iletir.

III. ALGORİTMA

Bu bölümde, önerilen yayılım yönteminin algoritmik açıklamasını sunuyoruz. t ayrı zamanında, ağıdaki bir i boğumu, $d_{i,t} = \mathbf{u}_{i,t}^T \mathbf{w}_o + v_{i,t}$ doğrusal modeli yoluyla $d_{i,t}$ skalar gözlemini yapar ve ara yerel kestirimini günceller, şöyle ki:

$$\phi_{i,t+1} = (\mathbf{I}_M - \mu_i \mathbf{u}_{i,t} \mathbf{u}_{i,t}^T) \mathbf{w}_{i,t} + \mu_i \mathbf{u}_{i,t} d_{i,t}.$$

Nicemlenmiş iletişim yapısından dolayı komşu bir j boğumu, M girdili $\phi_{i,t+1}$ büyüklüğünün gerçek değerine erişim sahibi değildir. Bundan ötürü j boğumu bu büyüklüğü, i boğumundan aldığı kısıtlı bilgiyi kullanarak M girdili $\phi_{i,t+1}^q$ vektörü olarak kestirmeye çalışır. Özellikle seviye-kesimi (LC) nicemlemesinde, j boğumu, $\phi_{i,t+1}$ büyüklüğünün girdilerinin

¹ Vektörleri (matrisleri) kalın küçük (büyük) harflerle temsil ediyoruz. Bir $\mathbf{a}$ vektörü ($\mathbf{A}$ matrisi) için $\mathbf{a}^T$ ($\mathbf{A}^T$) devrik haldir. $\|\mathbf{a}\|$ Öklit normunu temsil eder. $\text{col}\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N\}$ işlemi argümanlarını sütunca üst üste yığarak bir sütun vektörü oluşturur. $\mathbf{I}_M$ $M \times M$ boyutlu birim matristir. $\otimes$ Kronecker çarpımını temsil eder.

güncel değerlerinin, j boğumunun erişebildiği en son kestirim olan $\phi_{i,t}^q$ 'ye kıyasla nasıl değiştiği bilgisini alır. Bu bilgiyi sağlayabilmek için, i boğumu da, kendi gerçek $\{\phi_i(k)\}_{k=1}^t$ değerleriyle alakalı olarak komşularının sahip olduğu geçmiş kestirilmiş büyüklük değerleri $\{\phi_i^q(k)\}_{k=1}^t$ 'ni de kaydeder. i boğumu bu kayıttaki son girdiyi referans olarak kullanır ve komşu j boğumlarına, güncel $\phi_{i,t+1}$ kestiriminin bu referansa kıyasla girdi-bazında nasıl değiştiği bilgisini yayınlar. Özellikle, i boğumu bu kıyaslamayı vektör büyüklükleri $\phi_{i,t}^q$ ve $\phi_{i,t+1}$ 'nin karşılık gelen girdileri arasında seviye-kesimi olup olmadığına bakarak gerçekleştirir. Bir girdide seviye kesimi varsa, i boğumu komşularına bu bilgiyi, bu girdide ayrılmış bir kanal frekansı üzerinden aktarır. Eğer bu girdide tek bir seviye üzerinden kesim varsa, aktarılan bilgi bu kesimin yönünü belirtir. Aksi halde, aktarılan bilgi doğrudan yeni seviyenin konumunu belirtir. Daha sonra komşu bir j boğumu, i boğumunun t zamanında bilgi aktarıp aktarmamış olmasına göre (3) ya da (4)'ü girdi-bazında kullanarak $\phi_{i,t+1}^q$ kestirimini oluşturur.

i boğumu, bu şekilde kendi yerel kestirimi hakkında bilgi yayını yaparken, komşu j boğumlarından kendi yerel kestirimleri olan $\phi_{j,t+1}$ 'i temsil eden bilgi alır. Her bir j boğumu için, i boğumu aldığı bilgi ile (3) ya da (4)'ü kullanarak $\phi_{j,t+1}^q$ 'i oluşturur. Ardından son yerel kestirim $w_{i,t+1}$ şu şekilde oluşturulur:

$$w_{i,t+1} = p_{i,i}\phi_{i,t+1} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i \setminus \{i\}} p_{i,j}\phi_{j,t+1}^q.$$

IV. ORTALAMA KARARLILIK ANALİZİ

Önerilen seviye-tetikli kestirim algoritmasında, herhangi bir i boğumunda, yayının güncelleştirme denklemleri

$$\phi_{i,t+1} = (I_M - \mu_i \mathbf{u}_{i,t} \mathbf{u}_{i,t}^T) \mathbf{w}_{i,t} + \mu_i \mathbf{u}_{i,t} d_{i,t}, \quad (5)$$

$$\mathbf{w}_{i,t+1} = p_{i,i}\phi_{i,t+1} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i \setminus \{i\}} p_{i,j}\phi_{j,t+1}^q, \quad (6)$$

biçimini alır. Denklem (5) ve (6)'yı

$$\phi_{i,t+1} = (I_M - \mu_i \mathbf{u}_{i,t} \mathbf{u}_{i,t}^T) \mathbf{w}_{i,t} + \mu_i \mathbf{u}_{i,t} d_{i,t}, \quad (7)$$

$$\mathbf{w}_{i,t+1} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} p_{i,j}\phi_{j,t+1} - \sum_{j \in \mathcal{N}_i \setminus \{i\}} p_{i,j}\alpha_{j,t+1}, \quad (8)$$

şeklinde tekrar ifade edebiliriz. Burada j boğumu için nicemleme hatası olarak

$$\alpha_{j,t} \triangleq \phi_{j,t} - \phi_{j,t}^q$$

büyükliğini tanımladık.

$\mathcal{N}$ ağı üzerinde yayının güncellemesini, aşağıdaki evrensel büyüklükler ile durum uzayı biçiminde ifade edebiliriz:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_t &\triangleq \text{col} \{d_{1,t}, \dots, d_{N,t}\} & \mathbf{v}_t &\triangleq \text{col} \{v_{1,t}, \dots, v_{N,t}\} \\ \mathbf{w}_o &\triangleq \text{col} \{w_o, \dots, w_o\} & \mathbf{U}_t &\triangleq \text{diag} \{\mathbf{u}_{1,t}, \dots, \mathbf{u}_{N,t}\} \\ \mathbf{M} &\triangleq \text{diag} \{\mu_1 \mathbf{I}_M, \dots, \mu_N \mathbf{I}_M\} & \mathbf{w}_t &\triangleq \text{col} \{\mathbf{w}_{1,t}, \dots, \mathbf{w}_{N,t}\} \\ \phi_t &\triangleq \text{col} \{\phi_{1,t}, \dots, \phi_{N,t}\} & \phi_t^q &\triangleq \text{col} \{\phi_{1,t}^q, \dots, \phi_{N,t}^q\} \\ \alpha_t &\triangleq \text{col} \{\alpha_{1,t}, \dots, \alpha_{N,t}\} & \mathbf{G} &\triangleq \mathbf{P} \otimes \mathbf{I}_M \\ \mathbf{G}_C &\triangleq (\mathbf{P} - \text{diag} \{\mathbf{P}\}) \otimes \mathbf{I}_M \end{aligned}$$

Bu büyüklüklerle, (7) ve (8) denklemleri şu evrensel durum uzayı biçimini alır:

$$\phi_{t+1} = (\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{U}_t \mathbf{U}_t^T) \mathbf{w}_t + \mathbf{M}\mathbf{U}_t \mathbf{d}_t, \quad (9)$$

$$\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{G}\phi_{t+1} - \mathbf{G}_C \alpha_{t+1}. \quad (10)$$

Benzer şekilde, doğrusal model (1) evrensel büyüklükler cinsinden şöyle ifade edilebilir:

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{U}_t^T \mathbf{w}_o + \mathbf{v}_t. \quad (11)$$

Ortalama kararlılık analizini kolaylaştırmak için, evrensel sapma parametrelerini şu şekilde tanımlıyoruz:

$$\tilde{\mathbf{w}}_t \triangleq \mathbf{w}_o - \mathbf{w}_t,$$

$$\tilde{\phi}_t \triangleq \mathbf{w}_o - \phi_t.$$

Denklem (11)'i yerine koyduktan ve (9) ve (10)'un her iki tarafını $\mathbf{w}_o$ 'dan çıkardıktan sonra yayının güncelleştirmeleri, sapma parametreleri cinsinden şu hali alır:

$$\tilde{\phi}_{t+1} = (\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{U}_t \mathbf{U}_t^T) \tilde{\mathbf{w}}_t - \mathbf{M}\mathbf{U}_t \mathbf{v}_t, \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{t+1} = \mathbf{G}\tilde{\phi}_{t+1} + \mathbf{G}_C \alpha_{t+1}, \quad (13)$$

Burada, $\mathbf{P}$ matrisinin stokastik yapısından ileri gelen $\mathbf{G}\mathbf{w}_o = \mathbf{w}_o$ ilişkisini kullandık.

Denklem (12) ve (13) kısaca şöyle ifade edilebilirler:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_{t+1} &= \mathbf{G}(\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{U}_t \mathbf{U}_t^T) \tilde{\mathbf{w}}_t \\ &\quad - \mathbf{G}\mathbf{M}\mathbf{U}_t \mathbf{v}_t + \mathbf{G}_C \alpha_{t+1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Varsayım: Ağ üzerindeki nicemleme hatası α_t sıfır ortalama sahiptir. Bu varsayım, nicemleme etkilerinin analizi için uygundur [9]. Varsayımın geçerliliği Bölüm 5'teki sayısal deneylerle doğrulanmıştır.

Denklem (14)'ün her iki tarafının beklenen değerini almak

$$E[\tilde{\mathbf{w}}_{t+1}] = \mathbf{G}(\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{\Lambda}) E[\tilde{\mathbf{w}}_t], \quad (15)$$

ifadesi ile sonuçlanır. Burada $\mathbf{\Lambda} \triangleq \text{diag} \{\mathbf{\Lambda}_1, \dots, \mathbf{\Lambda}_N\}$ matrisi öbek köşegen olarak tanımlanmıştır.

Denklem (5)-(6)'nın belirttiği dağıtık süzgecin ortalama kararlılığı ve sonuçur yansızlığı için, $|\mathbf{G}(\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{\Lambda})| < 1$ izgesel yarıçap eşitsizliği gereklidir. $\mathbf{G}$ 'nin stokastik ve negatif-olmayan girdilere sahip olduğu göz önüne alındığında bu eşitsizlik, [1]'deki Önsav 1'e göre

$$|(\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{\Lambda})| < 1, \quad (16)$$

ile eşdeğerdir. Öbek köşegen matris $\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{M}\mathbf{\Lambda}$ 'nın özdeğerlerinin, $\mathbf{I}_M - \mu_i \mathbf{\Lambda}_i$ bloklarının özdeğerlerinin birleşimi olduğu göz önüne alındığında; dağıtık filtrenin kararlılık koşulu $|1 - \mu_i \sigma_{u,i}^2| < 1$, $i = 1, \dots, N$, bir başka deyişle

$$0 < \mu_i < \frac{2}{\sigma_{u,i}^2} \quad i = 1, \dots, N,$$

olarak ortaya çıkar.

Şekil 2: Önerilen algoritmanın MSD Başarımı.

V. DENEYLER

Bu bölümde, önerilen algoritmanın, diğer gelişkin tekniklerle aynı başarıyı sergilerken iletişim yükünde gerçekleştirdiği kayda değer azalmayı göstereceğiz. Deneyler için, $N = 10$ boğumlu örnek bir ağı ele alıyoruz. Her bir boğum bir doğrusal model (1) aracılığıyla skalar bir gözlem yapmaktadır. Bağlanım vektörü standart sapma değerleri $\sigma_{u,i}$ (0.1, 0.3) aralığından rasgele seçilmiş, gürültü standart sapması $\sigma_v^2 = 0.01$ olarak sabitlenmiştir. Boğumlarca bilinmeyen $M = 10$ bileşenli w_o parametresi Normal dağılımdan birim enerji ile rasgele seçilmiştir. Bu rasgele seçim, algoritmanın ani değişimleri izlemesini test etmek için deneyin güzergahı esnasında bir kez daha tekrar edilmiştir. Ağ matrisi P Metropolis kuralı ile şu şekilde oluşturulmuştur:

$$P_{i,j} = \begin{cases} \frac{2}{M^2} \frac{1}{\max(N_i, N_j)} & i \neq j \text{ bağı,} \\ 0 & i \text{ ve } j \text{ bağı değil,} \\ 1 - \sum_{j \in N_i \setminus i} \lambda_{i,j} & i = j \end{cases}$$

Ağdaki boğumlar, ara-kestirimlerin bileşenleri üzerinde dairesel biçimde devrederek, M bileşenden birini komşularıyla paylaşacak şekilde ayarlanmışlardır [8].

İlerleyen şekillerde, önerilen algoritma [8] ile karşılaştırılmış ve yaratılan iletişim bedeli açısından elde edilen dikkate değer iyileşme gösterilmiştir. Şekil 2’de önerilen algoritmanın ortalama kare sapma (MSD) başarımları gösterilmiştir. Karşılaştırmaya referans olarak [8]’deki algoritmanın Lloyd-Max nicemleyicisi ile uygulaması, ve sistemin nicemleyicisiz (skalar) uygulaması göz önüne alınmıştır. Deneyler $\mu = 0.05$ değerini kullanmıştır. Şekil 3’te, önerilen algoritmanın, ağ üzerinde boğumlar arasında iletilen toplam bit sayısı açısından elde ettiği iletişim verimliliği kazanımını göstermektedir. Algoritmanın referansa kıyasla kararlı durum başarımları, yakınsama hızı ve izleme başarımları korurken iletişim yükünde üç büyüklük kertesinde bir iyileşme sağladığı gözlemlenmektedir. Önerilen algoritmada basit uyarlamasız bir nicemleyici kullanıldığı göz önüne alındığında, bu iyileşmenin göreceli olarak düşük karmaşıklıkla elde edildiğine dikkat çekeriz.

VI. SONUÇ

Bilinmeyen bir parametrenin, uyarlanırlar bir ağdaki bir grup boğum tarafından işbirliği ile öğrenildiği kestirim problemi

Şekil 3: Ağ üzerinde aktarılan toplam bit sayısının zaman evrimi.

için, seviye-kesim nicemlemeli, olay-tetikli bir dağıtık kestirim algoritması sunduk. Her ayrıık zamanda bir boğumun, komşularıyla sadece yayınımlı yapılan parametrenin tek bir bit ile yönü belirtilen bir seviye kesimi gerçekleştirmesi durumunda iletişim kurduğu bir yayınımlı algoritması tanıttık. Sonuç olarak, önerilen algoritma boğumlar arasında sürekli bir bilgi akışının aksine, zaman ekseninde çok daha seyreltilmiş veri aktarımları gerektirdi. Bu durum, mevcut iletişim kaynakları üzerinde çok daha düşük bir yük olarak kendini gösterdi. Bu iyileşme, bu kaynakların kısıtlı olduğu büyük veri uygulamalarında büyük önem taşımaktadır. Teorik analiz ve deneylerle, önerilen algoritmanın ortalama-anlamında yakınsak olduğunu ve ağa etki eden iletişim yükünde üç büyüklük kertesine kadar iyileşme sağladığını gösterdik.

KAYNAKÇA

- [1] F. S. Cattivelli and A. H. Sayed, “Diffusion lms strategies for distributed estimation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 3, pp. 1035–1048, 2010.
- [2] J.-J. Xiao, A. Ribeiro, Z.-Q. Luo, and G. Giannakis, “Distributed compression-estimation using wireless sensor networks,” *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 23, no. 4, pp. 27–41, July 2006.
- [3] C. G. Lopes and A. H. Sayed, “Diffusion least-mean squares over adaptive networks: Formulation and performance analysis,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 7, pp. 3122–3136, 2008.
- [4] J. W. Mark and T. Todd, “A nonuniform sampling approach to data compression,” *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 29, no. 1, pp. 24–32, Jan 1981.
- [5] C. Lopes and A. Sayed, “Diffusion adaptive networks with changing topologies,” in *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on*, March 2008, pp. 3285–3288.
- [6] N. Takahashi and I. Yamada, “Link probability control for probabilistic diffusion least-mean squares over resource-constrained networks,” in *Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010 IEEE International Conference on*, March 2010, pp. 3518–3521.
- [7] T. G. M. O. Sayin, N. D. Vanli and S. S. Kozat, “Communication efficient channel estimation over distributed networks,” in *IEEE Global Conference on Signal and Information Processing, GlobalSIP*, 2014.
- [8] R. Araloue, S. Werner, Y. F. Huang, and K. Dogancay, “Distributed least mean square estimation with partial diffusion,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 2, pp. 472–483, 2014.
- [9] A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*. John Wiley and Sons, 2003.